

**FORMULACIÓN DE UNA PROPUESTA METODOLÓGICA TENDIENTE A
MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE VOLUMEN.**



**ESTUDIANTE
SHIRLEY HERAZO SOSA**

**MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
PEREIRA 2017**

**FORMULACIÓN DE UNA PROPUESTA METODOLÓGICA TENDIENTE A
MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE VOLUMEN.**



ESTUDIANTE

SHIRLEY HERAZO SOSA

ASESOR

PhD: OMAR IVAN TREJOS BURITICÁ

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

PEREIRA 2017

Nota de aceptación

Jurado uno

Jurado dos

Jurado tres

Pereira 2017

AGRADECIMIENTOS

Inmensa gratitud a DIOS que con su amor y gracia me permitió realizar esta maestría supliendo siempre milagrosamente, a mi esposo especialmente y a mi familia por su apoyo incondicional por estar a mi lado en todo momento, a mis compañeros por compartir tristezas y alegrías, y sin a todos mis maestros de quienes aprendí.

DEDICATORIA

Sin duda alguna quiero dedicar este triunfo de mi vida a Dios, a mi hija Ana Sofía L. y a mi Esposo Andrés Felipe L. quienes me impulsan cada día a lograr metas.

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	4
DEDICATORIA.....	5
CAPITULO 1 GENERALIDADES	9
Resumen de la propuesta	9
Descripción de la propuesta.....	9
Pregunta de Investigación.....	9
Planteamiento del Problema	10
Justificación	12
Objetivo General	14
Objetos Específicos	14
Metodología:.....	15
CAPITULO 2 ESTADO DEL ARTE	17
CAPITULO 3 MARCO TEÓRICO	24
CAPITULO 4 DESARROLLO	44
Objetivo especifico 1	44
Inmersión bibliográfica	44
Definición de parámetros	46
Definición Conceptual	46
Objetivo especifico 2	49
Caracterización de la población	50

Definición estudiante de bajos recursos	53
Parametrización de estudiantes de bajos recursos	53
Objetivo específico 3	54
Definición proceso de aprendizaje	54
Definición y contextualización del concepto de volumen	55
Aproximación informal al concepto de volumen.....	56
Descripción proceso de aprendizaje en la IE Cristóbal Colon	57
Objetivo específico 4	59
Aproximación verbal a las dificultades de los estudiantes	59
Sistematización de las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen	62
Clasificación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen	71
Socialización con el cuerpo docente	73
Redacción de opiniones	73
Incorporación de las opiniones	82
Objetivo específico 5	84
Planteamiento de actividades para superar dificultades en el aprendizaje de volumen.....	85
Formulación y presentación del proyecto	120
Planificación Conjunta.....	122
Revisión de las Actividades	130
Validación de las Actividades.....	131
Objetivo específico 6	138
Revisión y depuración de material	138

Formulación de la metodología	139
CAPITULO 5 CONCLUSIONES RECOMENDACIONES.....	173
BIBLIOGRAFÍA.....	183

CAPITULO 1 GENERALIDADES

Resumen de la propuesta

Esta propuesta de investigación busca responder a la pregunta ¿Es posible potenciar el aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes de 9 básica secundaria?. Buscando dar respuesta a esta pregunta se plantea un proyecto de aula en cuyo desarrollo se caracterizan las dificultades que presentan los estudiantes con respecto al concepto de volumen y donde se proponen actividades, que al ser validadas, determinen si son útiles para superar las dificultades; todo con el fin de que los estudiantes lleven a feliz término los proyectos de aula que sean transversales como por ejemplo el diseño, la construcción y el mantenimiento de un cultivo hidropónico y su posible relación con la matemáticas.

Este proyecto puede acercar a los jóvenes y sus familias a alternativas para un mejor futuro laboral; además se plantea como una propuesta educativa que incentive la investigación y ejecución de proyectos dentro de la institución y en el departamento en pro de procurar mejores condiciones para los estudiantes de colegios públicos de estrato bajo.

Pregunta de Investigación

¿Es posible potenciar el aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes de grado 9º de básica secundaria?

Planteamiento del Problema

En la Institución educativa Cristóbal Colon sede Colon de Armenia Quindío, el plan de área de matemáticas esta redactado de manera muy general y se omiten las temáticas de Geometría y Estadística, según se evidencia en cuadernos, logros Boletines 1 y 2 periodo 2016 (Ver Anexo 1). Al iniciar el 3 periodo y con el cambio de docente se reestructuró las horas clases orientando Matemáticas, Geometría y Estadística, en el grado 9º para lo cual se abordó el tema de volumen según los estándares de matemáticas y los derechos básicos de aprendizaje (en adelante DBA) para este grado. Pero se presentaron serias dificultades en el proceso de aprendizaje, ya que los estudiantes manifiestan y demuestran no comprender su concepto y aplicación.

En esta Institución educativa los estudiantes son de bajos recursos económicos es decir, de estratos socioeconómicos bajos según aparece registrado en la documentación institucional hoja de vida de cada estudiante. También los desempeños son bajos en las pruebas estandarizadas, según se evidencia en el Índice sintético de calidad educativa ISCE del año 2015; además los estudiantes solo tienen una temática para la formación laboral y es desarrollo de software cuando inician su media técnica en grado 10º.

De acuerdo a lo anterior pareciera evidenciarse que los estudiantes no tienen los conocimientos de geometría necesarios para presentar una prueba estandarizada, lo cual podría ser un factor determinante en los bajos desempeños, ya que no hay aplicabilidad de los temas, posiblemente porque no se desarrollan proyectos. No se ve favorecida la implementación de estrategias que permitan desarrollar el componente

Geométrico métrico y por lo tanto pareciera ser regla general que los estudiantes no tenga una comprensión del concepto de volumen.

Los estudiantes solo tiene una única opción laboral que es la que le proporciona el el colegio. Están limitados a la formación en dicho perfil que no es el no es el fuerte de la mayoría según registran planillas de notas entregadas a la Institución Educativa Cristóbal Colon (Ver Anexo 2). Adicional a esto sus bajos desempeños en pruebas estandarizadas SABER11 no les permiten acceso a la educación superior pública, lo cual representa para el estudiante un panorama poco alentador.

Por esto se considera necesario analizar, priorizar y establecer la relación, relevancia e incidencia de la Matemática con el desarrollo de proyectos de aula como diseño, construcción de un cultivo hidropónico, de forma que se pueda potenciar el aprendizaje del concepto de volumen y, de paso, dar otras alternativas productivas que brinden posibilidades de ingresos económicos y motive al aprendizaje de objetos matemáticos útiles en la vida y en la formación para el trabajo. Adicional se buscara fortaleces las temáticas para mejorar los desempeños en las pruebas estandarizadas.

Para esto se plantea que el docente de matemáticas en la institución educativa Cristóbal Colon intervenga en el proceso de aprendizaje con diversas herramientas, de forma que realice un estudio sobre lo que sucede en el proceso de aprendizaje y dé origen a posibles proyectos de investigación o desarrollo que puedan dar respuestas al problema. Se espera poder impactar positivamente la vida de los jóvenes propiciando caminos que

faciliten mejorar sus competencias y por ende obtener mejores resultados en pruebas estandarizadas.

Frente a esta situación se tiene como reto en la presente tesis, ayudar a que los estudiantes puedan potenciar el concepto de volumen y tengan clara su importancia y utilidad en el sector productivo para realizar de forma correcta prácticas en cultivos hidropónicos que les brinden herramientas y opciones de vida que los acerquen a un mejor futuro, con mejor calidad de vida. La respuesta a la pregunta de investigación será la formulación de una propuesta metodológica tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto en mención.

Justificación

En la ciudad de Armenia la secretaria de educación municipal ha iniciado desde el año 2016 segundo periodo el programa líderes de apoyo “... son los docentes que desarrollan su actividad académica a través de proyectos pedagógicos y otras actividades... para la formación integral de los estudiantes, relacionadas con el fortalecimiento de competencias matemáticas, comunicativas y científicas” (Decreto 490 de 2016) en áreas como matemáticas respaldado por el Ministerio de Educación Nacional MEN que busca que en las instituciones educativas con bajos niveles en las pruebas estandarizadas, algunos docentes llamados líderes de apoyo, trabajen proyectos en áreas fundamentales como el Área de Matemáticas en pro del mejoramiento de competencias y de lograr un aprendizaje duradero a través del tiempo. Por esta razón

el proyecto que se propone para potenciar el concepto de volumen está enmarcado en esta dinámica.

La Institución Educativa Cristóbal Colon Sede Colon de Armenia, desde el segundo semestre ha iniciado el proceso de orientar la temática de Geometría en las clases de los grados 8º y 9º. Esto indica que el planteamiento de esta tesis se da en un momento oportuno para potenciar el aprendizaje de objetos matemáticos, implementar estrategias y validarlas fortaleciendo el aprendizaje para ser desarrolladas en otros planteles educativos en la región y el país.

Los estudiantes de la Institución Educativa Cristóbal necesitan desde las áreas del conocimiento poder encontrar estrategias de producción que puedan ayudarlos en su diario vivir para su sostenimiento personal y familiar y proyectos como el propuesto, pueden ser una opción laboral para una familia de bajos recursos económicos, una buena combinación y la aplicación a la vida diaria; una herramienta útil para vivir. En concordancia con la Ley 1346 de 2009 (CPC Art 67) “La educación es un derecho de la persona...La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo”.

La tesis de investigación “Formulación de una propuesta metodológica tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen” busca satisfacer la necesidad presentada y pretende aportar: a) en Educación como un proyecto de aula; b) en lo didáctico como un proyecto de investigación que indaga acerca de cómo aprenden los

estudiantes; c) en lo pedagógico a partir de la aplicación de una estrategia tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen; d) en el medio ambiente con la implementación y el impacto de cultivos hidropónicos ya que esos usan menos espacios, no desgastan la tierra, se hacen en las ciudades, usan hasta el 90% menos de agua, tienen mayor control de higiene y limpieza, tienen mayor velocidad de producción de los cultivos, utilizan agua con alto contenido de sal, no contienen abono orgánico etc.; e) en lo social, pues la tesis se plantea como un aporte a que los jóvenes puedan tener una alternativa que los acerque a condiciones laborales que les brinden oportunidades de una mejor forma de vivir.

Objetivo General

Formular una propuesta metodológica tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen.

Objetos Específicos

- Establecer los parámetros didácticos y de aprendizaje que enmarcan el concepto de volumen.
- Establecer los criterios que caracterizan los estudiantes con bajos recursos económicos
- Analizar los procesos de aprendizaje del concepto de volumen en estudiantes de bajos recursos económicos de la Institución Educativa Cristóbal Colón Sede Colón Armenia.
- Clasificar y organizar las dificultades para asimilar, apropiar, interiorizar, aplicar, evaluar y retroalimentar el concepto de volumen

- Proponer ejecutar y validar actividades para superar las dificultades en la adquisición del concepto de volumen
- Formular por escrito la metodología que condense la experiencia y que cristalice la propuesta que enmarca esta tesis.

Metodología:

El diseño metodológico o plan de investigación de esta tesis será cualitativo, ya que se realizara una aproximación de la realidad en su contexto natural, interpretando el aprendizaje del concepto de volumen de acuerdo con el significado y el sentido que tiene para los estudiantes de bajos recursos en el desarrollo de proyectos productivos.

Esta investigación cualitativa implicará la utilización y recolección de una gran variedad de materiales entrevistas, experiencia personales, bitácoras, historias de vida, grabaciones en video, observaciones y textos que describan las situaciones problemáticas y el significado de las Matemáticas en la vida de los estudiantes. Las fases de este plan de investigación son:

Fase 1. Preparación

Etapa reflexiva

Etapa de diseño

Fase 2 Trabajo de campo

Fase 3 Análisis

Fase 4 Formulación de la Metodología

En la fase de preparación se tendrán en cuenta dos etapas: Etapa 1 Reflexiva: En esta etapa se terminara de leer documentos para soportar teóricamente el diseño de las actividades y ampliar el conocimiento del estado del arte y el marco teórico. Durante este tiempo se enriquecerá el conocimiento del investigador; Etapa 2 Diseño: En esta etapa se diseñaran las actividades iniciales para trabajar volumen y llevar la bitácora detalladamente para clasificar las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen, luego se harán de nuevo las actividades para superar las dificultades y se desarrollarán para validar su aplicabilidad.

El trabajo de campo se hará en dos sesiones de cuatro clases desarrollando actividades para adquirir el concepto de volumen, llenando una bitácora diaria de dificultades se harán cuestionarios iniciales a mediados y al final de las sesiones. También entrevistas, compilación de evidencias, videos grupales y personales, registros físicos impresos y fotográficos. El trabajo de campo se desarrollara en la Institución educativa Cristóbal Colon con estudiantes de grado 9º y su objetivo será observar como se da el aprendizaje del concepto de volumen y su aplicación en proyectos productivos.

Después de esta fase se hará un análisis de toda la práctica de campo desde el punto de vista social, pedagógico, cognitivo y matemático sustentado desde el marco teórico y especificando las observaciones más significativas de todo el proceso. Finalmente en la fase de información se elaborara un informe final con formato de tesis con todos los hallazgos encontrados en el trabajo de campo, el análisis de los datos y la formulación de la propuesta requerida.

CAPITULO 2 ESTADO DEL ARTE

Sobre el objeto matemático central de esta tesis concepto de volumen y su aprendizaje se registran los siguientes trabajos:

- Conocimiento profesional del profesor de secundaria sobre las matemáticas: El caso del volumen González-López, M. J., & Flores, P. (2001). En este trabajo se profundiza en el conocimiento del profesor de matemáticas de secundaria sobre el contenido matemático volumen. Se presenta una evolución histórica de este concepto, basada en la búsqueda de relaciones entre volúmenes de cuerpos utilizando estrategias de descomposición. Siguen las propuestas de Euclides, Lie-Hui y Cavalieri, poniendo de manifiesto las dificultades principales que se derivan del uso de los métodos de descomposición, entre las que cabe mencionar la necesidad de justificar procesos infinitos para relacionar volúmenes de cuerpos elementales (como la pirámide y el prisma). Proponen que esta profundización se aborde en la formación inicial de profesores de matemáticas, como información necesaria a partir de la cual el profesor de secundaria puede construir dimensiones didácticas del conocimiento matemático.
- Propuesta didáctica para el aprendizaje y aplicación del concepto de volumen a través de la construcción de sólidos en el plano y en 3D Jaime, E., & Vázquez, A. R. (2012). En esta propuesta se plantea la necesidad de estudiar la problemática que gira en torno al aprendizaje del concepto de volumen de cuerpos sólidos

desde el análisis del contexto del desarrollo del pensamiento espacial de estudiantes que demuestran habilidades en cursos independientes de la matemática escolar como es el dibujo técnico. Uno de los objetivos es proponer una metodología de trabajo que permita potenciar dichas habilidades en el aprendizaje de algunos conceptos geométricos, en particular el concepto de volumen, a través de un proyecto de aula transversal entre las áreas de dibujo y matemáticas con estudiantes de secundaria (13-14 años) del Instituto Técnico Industrial Francisco de Paula Santander ubicado en la ciudad de Puente Nacional en Santander Colombia.

- Algunos conceptos matemáticos relacionados con el concepto de Volumen Sáiz, M. (2003) En este artículo se exponen algunos resultados de una investigación centrada en las concepciones de maestros de primaria sobre el concepto de volumen y su enseñanza. La evidencia que permitió obtener una caracterización de estas concepciones consiste en transcripciones de grabaciones, en audio y video, dación sobre dicho concepto matemático e las secciones de un taller de actualización sobre dicho concepto matemático y las respuestas a algunos cuestionarios aplicados a los asistentes. El marco teórico metodológico, basa principalmente en: Estudios a cerca de concepciones de maestros, Un análisis fenomenológicos del concepto de volumen, Trabajos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de volumen. Análisis de diferentes modelos de enseñanza para el volumen. Sustento del diseño de los instrumentos de toma de datos y el escrutinio de la información obtenida

- Transferencia de resultados de la Investigación al aula: El caso del Volumen Sáiz, M. (2003) Este es un artículo donde se reflexiona sobre el concepto matemático volumen, sus diversos significados y su relación con otros conceptos tales como área, capacidad, masa, peso y con el Principio de Arquímedes, porque se considera que estas relaciones provocan confusión y dificultades para su enseñanza. Este artículo no presenta más definiciones, o nuevos conceptos, sino que muestra, a los maestros de educación básica, los diversos significados que pueden asociarse al vocablo volumen para que ellos recapaciten en ellos como origen de muchos de los malentendidos y errores que cometen los niños al trabajar con este concepto. El artículo también menciona el hecho de que el volumen tiene varios significados al igual que muchos otros objetos matemáticos, añadiendo que un concepto no tiene por qué tener un solo uso o aplicación y que los conceptos que se construyen a través de la historia tienen como finalidad organizar fenómenos del mundo así como el volumen. El artículo describe que el trabajo que se realizó tuvo como parte inicial una reseña breve de cómo se enseña actualmente el volumen en la escuela primaria de acuerdo con los materiales oficiales, luego como una segunda parte se establece definiciones teóricas para poder referirse e interpretar el análisis del concepto matemático volumen y en una tercera parte se expone una reflexión uniendo lo expuesto en la primera y la segunda parte, con el fin de mostrar cómo el análisis teórico aporta ideas y resultados que se pueden aprovechar en el aula, en el caso del volumen.
- Ecología del concepto de volumen en una institución escolar: Una aproximación desde las Td. (2014) Este trabajo, se apoya en la Teoría Antropológica de lo

Didáctico (TAD) y se plantea como un trabajo de tipo exploratorio, donde se da cuenta de la ecología que se presenta en el nivel de la Obra Matemática Propuesta (OMp) con relación a la enseñanza del volumen en una institución escolar de la ciudad de Cali. A partir del estudio de algunos fenómenos didácticos como la atomización del proceso de enseñanza y el autismo temático, que pone en evidencia las restricciones o limitaciones que desde el nivel de la OMr son atribuidas al tratamiento que se le da en la escuela al concepto de volumen y que en gran medida delimita su puesta en el aula como objeto de aprendizaje. Para lo cual, se elaboró una Obra Matemática de Referencia (OMr) con el apoyo de algunos estudios teóricos al respecto y que permitió realizar el análisis como un contraste entre OMr y OMp. Este trabajo también describe la revisión de los documentos curriculares de carácter oficial, el plan de área de matemáticas y la guía escolar de grado 9° del colegio Parroquial Nuestra Señora de los Andes. En el desarrollo de este trabajo se evidencia la ausencia en el plan de área y la guía escolar de elementos claves para abarcar la relación del concepto de volumen (desde una visión estática o dinámica), aunque cabe resaltar que en la guía escolar se presenta una posible relación del volumen de un cubo con las funciones cúbicas.

- Comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel en el marco de la Enseñanza para la Comprensión: Este trabajo describe el diseño de una unidad curricular, en el marco de la Enseñanza para la Comprensión, que permite la comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel, en los estudiantes del grado 10° de la I.E. La Paz del municipio de Envigado dentro de

las metas de este trabajo, estaba la comprensión de los contenidos establecidos en los programas curriculares; donde la comprensión esta por encima de la transmisión de los contenidos. También describe el trabajo del los axiomas de la geometría del doblado de papel, que son guías para construir, comprobar y analizar los objetos geométricos; En la unidad curricular propuesta en este estudio, se trabajan algunos sólidos platónicos, por sus simetrías, belleza y la curiosidad que despiertan, permitiendo la motivación y el asombro en los estudiantes. En forma general se plantea que los estudiantes puedan construir poliedros, mediante el doblado de papel, con el propósito de utilizar métodos matemáticos para calcular y explicar su volumen, a partir de la visualización de los dobleces. En este trabajo se describe la importancia de comprender que los conceptos de volumen y capacidad son diferentes y se considera que la generación de un volumen se puede dar por: Plegado cuando se hacen dobleces buscando la formación de figuras volumétricas, por superposición cuando se pone una figura encima de la otra formando figuras volumétricas o simplemente cuando se pone a girar una figura sobre un eje formando los sólidos de revolución. También aclaran que aunque se den las definiciones y generación del concepto de volumen, es pertinente que se tenga en cuenta que la construcción de dicho concepto es un proceso complejo, que no se desarrolla inmediatamente, sino que se da de una forma paulatina a través de la experiencia, la visualización y, sobre todo, mediante la manipulación que permite distinguir las propiedades de los objetos estudiados. En este trabajo se trata el concepto de volumen, desde un recorrido histórico, partiendo, por ejemplo de la pregunta ¿por qué la necesidad

de tener un concepto que signifique la palabra volumen? Y la responden considerando que el hombre primitivo tuvo la necesidad de almacenar; Entre la dificultades que presentan los estudiantes en esta experiencia esta como reducir el concepto de volumen a una fórmula y no confundirlo con la forma de un cuerpo o con su masa, entre otras. Después de esto reflexionan sobre las acciones pedagógicas que podrían posibilitar el fortalecimiento de las prácticas de aula, porque ¿cómo calcular el volumen de un cuerpo, si no se comprende el concepto como tal? Y aclaran que un estudiante podría hacer el cálculo respectivo de una forma mecánica, al repetir un algoritmo, pero que, posiblemente, no haya logrado trascendencia en el conocimiento matemático para aplicarlo en otras disciplinas. Y concluyen que la poca comprensión de los conceptos genera dificultades en los desempeños escolares, debido a que sin la conceptualización y los métodos apropiados, los estudiantes no tendrían la posibilidad de expresar ideas, ni tener representaciones de las mismas, es decir, no podría ser posible dar significado a los conceptos ni valorarlos, por lo que tampoco se podrían relacionar con la realidad ni con el quehacer cotidiano. Y otra posible causa de las dificultades en la comprensión, puede estar relacionada con la desarticulación que se presenta entre la teoría y la práctica.

- Obtención del volumen del tetraedro por alumnos con talento matemático si emplear formula. Este documento recoge el informe de la investigación realizada en el curso 2013-2014 El presente trabajo se ha llevado a cabo en estudiantes con talento matemático, su interés se centra en el dominio del concepto de volumen, sin necesidad de recurrir a las formulas clásicas, diferenciando la

magnitud como cualidad, de su medida, la comprensión de esta última está asociada al sentido de medida (Moreno y Gil, 2015). Por otro lado menciona los juegos didácticos de manejo del espacio pues tienen repercusión en la parte cognitiva del estudiante, por ello se sugiere que en la enseñanza de la geometría se tenga en cuenta el aspecto lúdico con sus proyecciones en el aprendizaje de la misma. (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987).

- Dificultades en el razonamiento del alumnado de 2º de ESO relacionadas con el el concepto de volumen y su medida Sanmiguel Suárez, M., & Salinas, M. J. (2011). El documento describe un informe en lo que tiene que ver con volumen de un proyecto de investigación más amplio realizado en relación con el concepto de medida de las magnitudes geométricas longitud, área y volumen de un grupo de alumnado de 2º de ESO. El informe detalla proceso realizado, análisis de los resultados y conclusiones obtenidas. El documento propone conocer de qué manera se enfrenta los estudiantes ante diversas situaciones de medida del volumen: qué dificultades se le presentan, qué tipo de estrategias emplea y qué grado de madurez en el concepto de volumen reflejan los razonamientos y técnicas empleados.

CAPITULO 3 MARCO TEÓRICO

El desarrollo de la presente Tesis se fundamenta en los conceptos, teorías y modelos que facilitan el diseño, el análisis y la retroalimentación de las actividades para el aprendizaje del concepto de volumen en primera instancia se acude a la teoría del aprendizaje significativo, según la cual el aprendizaje se simplifica cuando el aprendiz le confiere significado al conocimiento y con ello un sentido que le permita aplicar de manera práctica todo aquello que la academia le brinde (Ausubel, *Psychology of meaningful verbal learning: an introduction to school learning*, 1963). Según su autor David Paul Ausubel en la medida en que el estudiante desarrolle una capacidad para relacionar el conocimiento previo con el nuevo conocimiento, y además mantenga una actitud o disposición natural al aprendizaje, se podrá aprender por caminos más sencillos debido al sentido práctico del joven (Ausubel, *Sicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*, 1986).

De acuerdo a esto, el aprendizaje significativo se da cuando se establece un nexo cercano entre el nuevo conocimiento (Bruner, *Actos de significado: Mas allá de la revolución cognitiva*, 2009), que en algunos casos puede interpretarse como nueva información y el conocimiento previo que se encuentra en la estructura cognitiva del individuo. Esta relación implica que las nuevas ideas, conceptos y proposiciones se podrán aprender de manera significativa siempre y cuando las nuevas ideas sean claras y estén disponibles dentro de la estructura cognitiva del individuo. El nuevo conocimiento podría actualizar, mejorar, transformar o corregir el conjunto de teorías,

modelos y estructuras que conformen lo que el aprendiz ya conoce de forma que se produzca una actualización a la cual se le imprime el significado que el elemento final le confiere dando sentido a lo que se intenta aprender (Bruner, El proceso de la Educación, 1963).

Conceptualmente basado en los planteamientos teóricos el aprendizaje significativo se relaciona con el aprendizaje por repetición o memorístico (que ha sido el tradicional) debido a que cuando se acude a la memoria o a sus mecanismos intentando adquirir un determinado conocimiento, se pierde el significado que es el nexo del conocimiento con la realidad(Aguilar Morales, 2011). En el aprendizaje significativo los docentes pueden arriesgarse a construir con los estudiantes un entorno de instrucción en el que los estudiantes entiendan lo que están aprendiendo, debido a que cuando el conocimiento se memoriza realmente perdura poco en la medida en que no se utilice ni se aplique mientras que cuando tiene significado, el mismo conocimiento perdura con el paso del tiempo incluso en situaciones donde no se vuelva a acudir a él. (Attard, Di loio, & Geven, 2010).

Un factor fundamental en los procesos de adquisición del conocimiento con significado es la actitud del estudiante. El significado articula las situaciones más importantes que el distingue el conjunto de conceptos que lo conforman. El significado esta mediado por la interacción entre el aprendiz y los tres conceptos en los cuales se mueve, esto cobra suprema importancia en las experiencias de los estudiantes, en la

forma de pensar y de concebir el mundo y en la voluntad que tenga para aprender. (Barriga Arceo & Hernández Rojas, 2002).

Los tres contextos de aprendizaje, definidos como el contexto del aula, el contexto institucional, y el contexto extra institucional, son de alguna manera el todo que le permite al aprendiz construir los elementos de juicio. Cada uno tiene un papel muy importante en la construcción del conocimiento, experiencias y formas de concebir el mundo por parte del estudiante. Si bien el conocimiento formal se imparte a través del contexto del aula, la forma como el estudiante ve la vida se logra a través de llamado contexto interinstitucional en donde la interacción social establece unas relaciones que son finalmente el camino a la consolidación del conocimiento.

Según el Dr. Bruner formulador de la teoría por descubrimiento, el proceso a través del cual el ser humano descubre las leyes, las reglas, las bases y los conceptos que hacen efectivo el conocimiento permite que éste perdure con el paso del tiempo toda vez que el mismo descubrimiento consolida a largo plazo aquello que por otros caminos no es perdurable (Bruner, Hacia un teoría de la instrucción, 1969). Esta es la fundamentación del aprendizaje por descubrimiento. La asimilación, transformación y evaluación de experiencias significativas pasan por el filtro de la manera como se ha conectado lo que se aprende con lo que se vive y entonces resulta ser de gran importancia que dicho nexo se fortalezca para que emerja el significado que de la mano del sentido posibilita el establecimiento de relaciones sólidas entre el conocimiento previo y el nuevo conocimiento.

A pesar de las bondades de la teoría de aprendizaje por descubrimiento, una de las dificultades que presenta el aprendizaje por descubrimiento está en la posibilidad de que los procesos de aprendizajes se desvíen por razones externas que no forman parte del conjunto de valores morales o culturales que pertenecen a un grupo de conocimientos necesarios pero que se convierten en factores determinantes para el éxito de dichos procesos, en este grupo se incluyen los costos de los materiales necesarios, los riesgos de daño, la calidad motivacional del docente, la falta de manipulación apropiada y todas esas situaciones a las cuales el estudiante debiera tener derecho (Barriga Arceo & Hernández Rojas, 2002).

En cuanto al rol complementario, el aprendizaje por descubrimiento el docente debe convertirse en un coequipero que no solo comparta conocimientos sino inquietudes con sus estudiantes de forma que puedan conjuntamente recorrer un camino de preguntas y respuestas para que se puedan llegar a niveles aproximados de conocimiento que, bajo la tutela de la interacción docente estudiante, se conviertan en experiencias de alto significado y sentido para ambos (Blanco Rivero & Silva Sánchez, 2009).

El fenómeno moderno conocido como las cuatro E, la exploración, la experimentación, el ensayo y el error, cobran suprema importancia en tiempos modernos cuando el estudiante tiene otras oportunidades, pues se puede acudir a ambientes virtuales para resolver lo que en otros tiempos eran situaciones reales. La exploración consiste en la búsqueda de respuestas que no necesariamente están asociadas a unas preguntas específicas y que, por el contrario podrían ser el motor que las conciba las construya y

las cristalice. La experimentación se constituye en el proceso a través del cual el estudiante se pone en contacto con el conocimiento práctico que en muchos casos, sea por caminos virtuales o reales dista del conocimiento real (Brown Wright, 2011).

En consecuencia, el ensayo es la posibilidad que tienen los aprendices de verificar en tiempo real la validez del conocimiento impartido o compartido por el docente. Finalmente el error es la respuesta al derecho que tiene el estudiante o aprendiz de no encontrar caminos dentro de su estructura cognitiva que le permitan encontrar las respuestas teóricas a las que ha debido llegar y que no siempre son producto de su falta de conocimiento, de su falta de relación con el mismo o de su falta de preparación pues aun en condiciones óptimas el conocimiento siempre será objeto de cuestionamientos, retroalimentaciones y correcciones (De Zubiría Samper, 2006).

Adicional a las teorías de aprendizaje a las cuales se ha acudido, en la actualidad el active learning es una tendencia moderna que implica la capacitación del docente en la construcción de competencias y habilidades en el estudiante para que éste tenga los elementos de juicio necesarios para reconocer las características de su propios procesos de aprendizaje, establecer metas que sean alcanzables por el mismo y que tengan un nivel de exigencia apropiado y realizable, desarrollar actividades y adoptar estrategias que le permitan alcanzarlas y comprometerse de una manera clara y definida, tal que el mismo estudiante pueda retroalimentar las dificultades que tenga, pueda corregir a tiempo los problemas que encuentre y pueda verificar el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje que el mismo se halla impuesto (González , 2002).

En el active learning el docente cobra un papel diferente en su rol de acompañante, coequipero y motivador. Como acompañante el docente deberá tener el compromiso de que los procesos y actividades se cumplan alrededor de un derrotero, deberá tener flexibilidad que le permitan ajustarse a lo largo del tiempo y deberá establecer mecanismos de verificación y control alrededor de dicho proceso (González, 2002). Como coequipero no se descarta que el docente aproveche la oportunidad de participar en este proceso de aprendizaje para ser partícipe de ellos dado que en sus desarrollos es absolutamente entendible y valido que el docente también pueda aprender de la experiencia de los significados y del sentido del conocimiento que se intenta apropiar.

Como motivador el docente tiene un papel de mantener promover y generar en el aprendiz una actitud que favorezca la adquisición de nuevos conocimientos y la revisión y retroalimentación de conocimientos previos. Se constituye la motivación posiblemente en el motor que hace que el aprendizaje se cause por los caminos más sencillos, este motor impulsa los tres elementos claves en el aprendizaje los cuales son el conocimiento previo, el nuevo conocimiento y la actitud del estudiante. Uno de los factores que incide en que esa motivación se de cómo disparador de los procesos de aprendizaje radica en que se puedan establecer relaciones entre el conocimiento que se adquiere y el entorno extra institucional del estudiante dado que es allí donde el encuentra su realidad social, económica, política y familiar (Piaget, 1986).

Pensar que la formación de los estudiantes posibilite caminos para su subsistencia económica fortalece el perfil motivacional que ha de incorporarse en todo proceso de aprendizaje ya que para el estudiante de bajos recursos el sostenimiento económico de su familia y de su entorno personal involucra todas las preocupaciones que justifican o no, los esfuerzos que se hagan alrededor de las exigencias académicas.

Cuando la población estudiantil pertenece a estratos socioeconómicos que viven realidades crudas de dificultades para su sostenimiento y manutención la formación básica secundaria deja de ser un requisito social y se convierte en una alternativa de progreso y avance para el estudiante (Jarero Kumul, Aparicio Landa, & Sosa Miguel, 2013). Si las instituciones pertinentes solamente le brindan a los estudiante de estos estratos una formación académica distante de las realidades socioeconómicas que viven en su realidad, dicha formación pasa a un plano casi insignificante para el estudiante y por más esfuerzos que se hagan para que el estudiante asimile apropie e interiorice los contenidos curriculares establecidos para cada grado, su propia realidad será superior a los más magnos propósitos que pueda tener la academia haciendo que aquella desplace a esta.

La teoría del aprendizaje por descubrimiento establece que aquello que el ser humano descubre por sus propios medios y a través de sus propios preconceptos adquiere, casi de manera automática, un significado y un sentido que le permite apropiarse un conocimiento a largo plazo. El acto de descubrir implica para el cerebro la búsqueda de respuestas a situaciones problemáticas de forma que unas y otras pueden estar entre los

conocimientos que ya se han adquirido y la nueva información que se está capturando de forma externa por cualquier mecanismo que permita acceder a las fuentes que los contienen (Medina, 2012).

En el mundo actual el pensamiento de los jóvenes está siendo altamente seducido por todas las posibles opciones aparentes que ofrece la ciudad pero la realidad que viven las personas que vienen del campo cuando se instalan en la ciudad generalmente es diferente y dista mucho de la fantasía teórica que los atrae a ella. Las Instituciones Educativas que atienden a estudiantes con un perfil rural, sin que sean parte de sus propósitos explícitos, deberían adquirir un compromiso para promover las actividades agropecuarias como eje central de sus temáticas asociadas a las áreas académicas pues sin que se haya convertido en un propósito definido la falta de relación entre el conocimiento académico y las perspectivas de vida en el campo ha llevado cada vez más a que sigan siendo más seductoras las tristes realidades de la ciudad que los posibles horizontes promisorios del campo (Sáez López, 2010).

La enseñanza de las matemáticas en tiempos modernos invita desde diferentes aspectos a que se relacione la teoría con la práctica si bien debe admitirse la teoría matemática el sustento sobre el cual se fundamenta el desarrollo del pensamiento de la humanidad en diferentes aspectos no se puede negar que la perspectiva de su enseñanza obliga a establecer nexos con el mundo que viven los estudiantes de hoy (Trejos Buriticá, 2013). En esta tesis es indiscutible el gran uso que de los conceptos matemáticos se hacen en la realidad, al construir, calcular espacios, medidas, cantidades entre otros;

estas situaciones pusieron en evidencia la utilidad de los conceptos matemáticos y la practica al aprenderlos.

La aplicación práctica del conocimiento es uno de los retos que ha cambiado el rol del docente de esta área pues además de saber conocer y promover las teorías, modelos y conceptos que se han heredado a través de la historia en lo puramente matemático, está en su deber encontrar pensar, y resolver situaciones que aproximen dicho conocimiento de alto nivel científico a la cotidianidad de sus estudiantes (Prince, 2004).

De esta forma el aprendizaje deja de ser solo un intento de que el estudiante memorice o mecanice procesos teorías modelos y procedimientos y que por el contrario los interiorice a partir de la puesta en escena de la teoría del aprendizaje significativo que prioriza el significado y sentido del conocimiento, la teoría del aprendizaje por descubrimiento que a partir de la experimentación la exploración el ensayo y el error posibilita la aproximación a las realidades y el active learning que compromete al estudiante en su propio proceso de aprendizaje y al docente en el nuevo rol que la enseñanza moderna de la matemática implica (Koulouri, Lauria, & Macredie, 2015).

La conceptualización del volumen se constituye en una temática que condensa, describiendo con detalle la teoría y las dificultades que a partir de ellas se involucran, desde la simple concepción de punto hasta la construcción así sea imaginaria de solido n dimensiones. El volumen involucra punto recta planos superficies áreas tercera dimensión y realidades circundantes y siendo estos conceptos cuyos fundamentos se

encuentran en la matemática, deben ser entendidos apropiados asimilados, retroalimentados y evaluados de manera que pueda tenerse claro una forma geométrica dentro de un campo n dimensional donde n es igual a tres (Boyer, 2010).

Si bien una investigación alrededor de la concepción de volumen sin sus fundamentos matemáticos sería una Tesis claramente invitada a formar parte del abanico abordar en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas, sin embargo se ha procedido en consecuencia con lo conceptual a intentar aproximarnos a los procesos de aprendizaje del concepto de volumen tomando como punto de partida y base fundamental los otros conceptos complementarios que le preceden y le acuden. De ahí por qué se considera para la construcción de esta Tesis que desde una óptica simplificada investigativa el concepto de volumen puede asimilarse y apropiarse por caminos mas expeditos toda vez que sus conceptos asociados igualmente se asimilen y se apropien.

Las matemáticas constituyen el fundamento de un área que se conoce como ciencias básicas y que, desde su estructuración, como parte del currículo convencional propenden porque el estudiante tenga las herramientas necesarias para modelar, interpretar, intentar asimilar e intervenir el entorno cotidiano que lo rodea desde una óptica científica y bajo unos parámetros que le permitan interactuar con el mundo que lo rodea. La estructuración de las ciencias básicas como área del conocimiento tiene en las matemáticas la base para que otras ciencias se desarrollen especialmente en lo que se refiere a modelación e interpretación (Briones, 2002). La Física, por ejemplo, ha avanzado como camino de interpretación del mundo real hasta donde las matemáticas

lo han permitido e incluso han propuesto algunos cambios que sin ser propios de la física son propios de las matemáticas.

Esto nos lleva a pensar que la Física, la Química, la Biología, y otras asignaturas se enriquecen en las matemáticas para tener un mecanismo concreto y efectivo de modelar la realidad que compete a estas áreas del conocimiento. Desde los antiguos griegos cuando aparecen las cuestiones sobre el infinito pasando por la época de Renato descartes cuando une la Geometría con el Algebra y le da vida a la geometría Analítica permitiendo que una gráfica se pueda representar mediante una ecuación lo cual hasta ese momento fuera imposible y continuando con los aportes de Newton y Leibniz que estructuraron el Cálculo infinitesimal dando una respuesta coherente y veraz a la necesidad de poder calcular perfectamente áreas de borde circular, se encontró que la matemáticas eran no solamente para modelar el mundo que nos rodea sino también para poder interpretarlo a la luz de teorías propias de otras áreas (Kline, 2012).

Tal es el caso de la Biología y la Química en donde muchos de los procesos que se realizan como por ejemplo al interior de la célula interacciones entre aminoácidos relaciones entre proteínas y muchos otros, pueden modelarse a través de ecuaciones diferenciales que establecen la relación dependiente de varias variables y su incidencia en una de ellas cuando otra de ellas cambia, todas estas situaciones surgen de las vivencias que cada uno de estos matemáticos y que su época les exigía resolver como parte de la vida misma lo cual demuestra que, una vez mas, la relación entre las

matemáticas y la vida circundante, cotidiana y permanente es tan íntima como la relación entre la Geometría y los sólidos.

Esto ha llevado a que se piense desde lo curricular a que se hace necesario definir estrategias que fortalezcan el pensamiento matemático y, para facilitar su concepción y comprensión, se ha subdividido el pensamiento en cinco, el pensamiento Numérico, Espacial o Geométrico, Pensamiento Métrico, Pensamiento Aleatorio y por último el pensamiento Variacional (Gómez, P. 2010)

Hace más de 30 años, la comunidad colombiana de educadores matemáticos comenzó a investigar, reflexionar y debatir acerca de los procesos asociados a la formación matemática, de los jóvenes escolares y la manera como esta puede servir como base para que se logren los propósitos que la educación actual exige (Villa Ochoa. 2009). En tiempos modernos la educación matemática requiere atender necesidades globales, nacionales y regionales que permitan que la educación sea inclusiva que posibilite la diversidad, la interculturalidad y que permita formar ciudadanos que ejerzan libremente sus derechos y deberes ciudadanos. Esto ha llevado a repensar los fines de la educación y la forma como las matemáticas inciden en ellos, en primer lugar por la importancia de ellas en el modelamiento de la cultura y la sociedad; las artes, la ingeniería, la economía y otras grandes áreas se han visto beneficiadas por la incorporación de conceptos, teorías y modelos matemáticos, tal que han permitido el crecimiento de aquellas sobre la base de esta.

Las matemáticas también han permitido que se desarrolle el pensamiento lógico desde una óptica que va por encima de las culturas y las costumbres sin desconocer las particularidades que estas pueden tener en la vida práctica. Como expresiones modernas el desarrollo de la ciencia y la tecnología se han nutrido de los aportes que la matemática ha podido hacer y que en algún sentido ha ido moviendo la frontera del conocimiento hasta permitir grandes horizontes desde donde el hombre ha podido ver los fenómenos de su cotidianidad, con una visión completamente local. (De Matemáticas, M. L. C. A. 1998).

Nuestro país viene de una historia que ha acudido en lo que corresponde a la Educación, a la formación matemática como base para el desarrollo de las capacidades del razonamiento lógico, para la interiorización del concepto de abstracción, el rigor de los métodos y la precisión y como elemento cohesionador para el desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país (De Matemáticas, M. L. C. A. 1998). Estos propósitos, durante mucho tiempo fueron alimentados por una visión de la naturaleza de las matemáticas como cuerpo estable e infalible de verdades absolutas lo cual llevó a pensar en su momento, que para estudiarlas solo era necesario ejercitar y recordar un listado de definiciones procedimientos propiedades axiomas y teoremas y que eso era suficiente para que el estudiante desarrollara de una manera coherente el razonamiento lógico.

Los cuestionamientos a esta posición comenzaron desde el momento en que se empezó a concebir que el desarrollo del pensamiento lógico (Fernández Bravo, J. A. 2008). y la preparación para la ciencia y la tecnología no eran tareas únicas de las matemáticas sino que por el contrario estos nobles propósitos educativos involucraban todas las áreas de

la básica primaria, secundaria y la media, adicional para la necesidad de una educación de calidad para todos los colombianos una visión del valor social magnificado por la apropiación de las matemáticas y una incorporación de las matemáticas en la consolidación de valores democráticos.

Pensar en una educación de calidad para todos los ciudadanos obedece a la necesidad, consagrada en la Constitución Política de Colombia, de brindarle a la población de nuestro país una educación básica que conciba dos objetivos: Igualdad y equidad. En palabras simples esto significa que debería formarse en matemáticas a todo tipo de alumnos y alumnas sin distinción de raza, credo, o convicción política. Esto nos lleva a pensar en la necesidad de comenzar a identificar el conocimiento matemático informal que tienen los estudiantes en cuanto a las posibles relaciones e interacciones que encuentren entre las actividades propias de sus cotidianidad y los conceptos propios de las matemáticas. A todo esto se le suma la necesidad de incorporar factores de orden afectivo y social que se identifiquen a partir de contextos particulares de aprendizaje (Nieto, L. J. B., & Barona, E. G. 2006). Las matemáticas invitan a que se piensen no solo desde su óptica conceptual sino también desde su horizonte lingüístico comunicacional pues, dada su relación con el entorno surgen como producto de un contexto cultural histórico muy concreto y que permanentemente se construye, se reconstruye y se transforma.

Debido a la íntima relación entre las matemáticas y el entorno debe admitirse que estas tienen un carácter utilitario que le confiere significado y sentido al punto que el mundo

teologizado que hoy exige cada vez mayores herramientas proporcionadas por las matemáticas tanto en lo práctico como en lo teórico. La aparición de las nuevas tecnologías han puesto en la escena nuevos retos para el docente dado que debe implementar y desarrollar estrategias eficientes y creativas que, partiendo de que las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) correspondan al lenguaje natural de los estudiantes de hoy (Orozco - Moret, C., & Labrador, M. E. 2006).

En el marco de la contemporaneidad moderna existe un cierto nivel de conocimiento matemático que es imprescindible en todo ciudadano para que pueda desarrollar sus actividades desde una perspectiva crítica frente a la vida social y política y para que puedan interpretar la información que se requiere en la toma de decisiones. Este nivel básico necesario es mucho más alto que el conjunto de conocimientos que se requerían en tiempos anteriores.

Desde la educación matemática se debe pensar la sociedad y su necesidad en la formación en los valores democráticos para que se puedan fortalecer el conjunto de procesos que permiten reconocer y formar los cinco tipos de pensamiento matemáticos necesarios en su concepción para poder tomar decisiones basadas en datos, para poder plantear justificar procesos nuevos, para poder encontrar fallas en argumentos falaces y para poder tomar partido en el ejercicio de una ciudadanía desde una perspectiva crítica. Todo esto puede resumirse simplemente en la posibilidad que brindan las matemáticas de transformar la sociedad.

Uno de los principios a tener en cuenta es que una sesión de aprendizaje, que por momentos merece el nombre de clase no es mas que una comunidad de aprendizaje donde los docente y estudiantes desarrollan procesos de interacción para construir, reconstruir y poner a prueba el conocimiento, para abrogarse el derecho a ser críticos con fundamento y para aplicar los conceptos que de las matemáticas se derivan en situaciones y contextos diferentes a los cuales aparentemente están asociados.

El concepto de democracia al interior del aula desde la perspectiva de las matemáticas implica adoptar estrategias que involucren actos comunicativos de forma que los estudiantes junto con el docente puedan deliberar, hacer conjeturas, razonar libremente, debatir, emanar opiniones, confrontarse, o establecer juicios desde una perspectiva pacífica pero aceptando la heterogeneidad de las opiniones.

Sobre esto ultimo se fundamenta el concepto de competencia que a diferencia de la habilidad se basa en la idea de que el conocimiento sea aplicable en las situaciones que tiene previsto por razones del entrenamiento pero también sea aplicable en situaciones no previstas por razones de la iniciativa del estudiante, de forma que a partir del conocimiento que el le confiera al conocimiento matemático identifique situaciones sobre las cuales el pueda actuar sin estar atado a la teoría y reglas que la matemática impone.

La formación por competencias (Rico, L. 2007) propende por la construcción de una sociedad en la cual los jóvenes compartan significados del conocimiento diferentes a esos caminos con los cuales se han formado en la escuela pero sin dejar de concederles

el espacio propio que las mismas matemáticas les han concedido (MEN, C. 2003). Ser competente implica ser capaz de resolver un problema repentino y diferente con los conocimientos previos pero sin entrenamiento previo. El concepto de habilidad esta inspirado en la capacidad adquirida por los estudiantes para aplicar sistemáticamente conocimiento previo con entrenamiento previo. El mundo moderno, por razones propias de su dinamismo, la incorporación de la tecnología y el fácil acceso a la comunicación requiere mas estudiantes competentes que hábiles puesto que cada vez se encuentran mas variantes tanto en aplicación del conocimiento como en el desarrollo, cuestionamiento y retroalimentación del mismo. El concepto de competencia no contrapone al estudiante con sus pares académicos toda vez que el docente entienda su cambio de rol al de guía de procesos de aprendizaje en donde se busca interiorizar el conocimiento y aplicarlo. Bajo la idea de habilidad prima su aplicación del conocimiento y el entrenamiento que al respecto se tenga. Bajo la idea de competencia prima la interiorización y esta podría llevar fácilmente a la aplicación y el entrenamiento sin que estos se hallan dado con anterioridad.

Dentro la utilización practica de las matemáticas se ha de tener en cuenta que dentro de su naturaleza esta la posibilidad de resolver situaciones que exijan una solución en lo posible de la cotidianidad del estudiante, tan solo en lo posible. De la misma manera las matemáticas deben permitir la modelación de procesos y de fenómenos que se encuentren en la realidad e incluso de aquellos que sean reales pero no tangibles como sucede con el análisis espectro gráfico que posibilita la unión de la matemáticas y la física para entender las relaciones y composición material de las estrella lejanas.

También son las matemáticas un mecanismo general, universalmente aceptado, para comunicarse con los demás y para poder comunicar ideas bajo el manto de estructuras que sean entendibles (MEN, C. 2003). La comunicación a partir de las matemáticas no implica solamente el intercambio de sentido a partir de los elementos propios de sus área sino que también permite explicar situaciones, fenómenos y enunciados desde una perspectiva con la cual se se puede aspirar a que se expliquen y que puedan ser entendidas.

El razonamiento, teniendo en cuenta las características de la lógica es un acto que desde las matemáticas posibilita la ejecución de tareas con una connotación absolutamente lógica teniendo en cuenta que en la medida en que el aprendiz se haya entrenado para formarse lógicamente, sus propuestas siempre tendrán una base solida, indiscutible e inefable. El aprendizaje de procedimientos matemáticos implica un entrenamiento de manera que se puedan asimilar, interiorizar, apropiar, aplicar, retroalimentar, y validar los recursos que la matemáticas provee.

La modelación, que es una reinterpretación de la realidad, a la luz de lenguajes diferentes a de ser una de las habilidades, en primera instancia y competencias en estadios superiores, que permitan aprovechar al máximo las matemáticas para el desarrollo de otras ares del conocimiento incluso perteneciente a las Ciencias Básicas

El pensamiento numérico implica tanto la concepción de número como la aplicación de este en la interpretación de la vida cotidiana dado que, aparentemente es el mecanismo

más preciso para leer la realidad, para cuantificarla para establecer relaciones y para desarrollar operaciones (MEN, C. 2003). El número ha sido la expresión matemática más antigua pues el homo sapiens en el paleolítico superior comenzó a sentir la necesidad no solo de representar y de registrar lo que tenía a su alrededor sino de cuantificarlo. El desarrollo del pensamiento numérico en tiempos modernos implica la conceptualización del mundo al nivel del número.

El pensamiento Geométrico surge históricamente después del pensamiento numérico y tal vez hayan sido los Egipcios los que le dieron su grandeza y lo refinaron para, junto con las bondades del pensamiento numérico poder cuantificar las propiedades del Faraón desde una perspectiva que les permitirá desarrollar aproximaciones en la representación de la realidad que los circundaba. El pensamiento Geométrico origina casi que al mismo tiempo y debido a las necesidades de los egipcios la necesidad de establecer patrones de medida ya que no solo se necesita representar la realidad sino, por razones puramente del Estado se necesitaba medirlo.

El pensamiento métrico llega a suplir esta necesidad y es allí en donde se hace necesario la adopción de estándares (MEN, C. 2003) que sean aceptados por una comunidad y que les permitan pensar en ideas como un intercambio que siempre propendieron en su más simple concepción, por tener herramientas matemáticas que le posibilitaran una vida mejor a los seres humanos.

Por su parte, en tiempos modernos, la promoción, conocimiento e incorporación del pensamiento aleatorio (MEN, C. 2003) permite que se acuda a la información como sistema confiable de interpretación del mundo real llevado a la naturaleza misma del número pero bajo un concepto de organización que se deriva de teorías modernas. En tal sentido, el pensamiento aleatorio posibilita la interpretación, o por lo menos la aproximación, a fenómenos que no obedecen a patrones establecidos que se rijan por un sistema paramétrico convencional sino que, en ausencia de dichos patrones, podrían interpretarse desde una óptica absolutamente libre de esquemas.

Finalmente el pensamiento variacional, heredado de Newton y Leibniz, posibilita la concepción de un mundo que si bien se puede interpretar a partir de variables, no está diseñado para que los cambios de una sola variable gobiernen la naturaleza sino que se entienda que la conjunción, unión, diferencia y distancia entre variables es lo que permite que el mundo se pueda interpretar en sus justas dimensiones, proporciones y fenómenos puesto que tampoco obedecen a parámetros establecidos por elementos que no sean los que la naturaleza impone.

CAPITULO 4 DESARROLLO

Con el propósito de lograr el objetivo general de la presente tesis se estructuro la parte metodológica a partir de seis objetivos específicos. Se presenta a continuación el desarrollo concreto de cada uno de ellos y la manera como se abordó desde lo científico pedagógico, académico, teórico y practico. A partir de la concreción de los objetivos específicos se diseñaron unas actividades que permitieran, en cada uno y en conjunto lograr lo que se propusiera.

Objetivo específico 1

Establecer los parámetros didácticos y de aprendizaje que enmarcan el concepto de volumen.

Para el logro de este objetivo específico se desarrollaron las siguientes actividades.

- Inmersión bibliográfica en referencia con los modelos de aprendizaje y los modelos con las estrategias didácticas que se ajusten a las necesidades requeridas.
- Definición de unos parámetros que posibiliten el camino para aproximarse al concepto de volumen desde el aprendizaje y lo didáctico.
- Definición conceptual, matemática, teórica, y practica del concepto de volumen como elemento que forma parte del pensamiento geométrico del mundo cotidiano

Inmersión bibliográfica

Para cumplir con la actividad de la inmersión bibliográfica se acudió a fuentes que posibilitaron el acceso a teorías de aprendizaje como el aprendizaje significativo, el aprendizaje por descubrimiento el enfoque socio constructivista y las trayectorias hipotéticas de aprendizaje como instrumento de planificación, una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) es un instrumento de investigación o un instrumento de planificación que consta de tres elementos centrales objetivos de aprendizaje, tareas matemáticas e hipótesis sobre el proceso de aprendizaje (Simón, 1995) Este constructo se fundamenta en los siguientes supuestos:

1. La construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje se basa en la comprensión del conocimiento actual de los estudiantes que recibirá la instrucción.
2. Una trayectoria hipotética de aprendizaje es el vehículo para planificar el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos.
3. Las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción.
4. Dada la naturaleza hipotética e inherentemente incierta de este proceso, el profesor se verá obligado a modificar sistemáticamente cada aspecto de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

La referenciación teórica con respecto al aprendizaje y teniendo en cuenta las necesidades que se derivan del propósito de la presente tesis, induce a que autores

como David Paul Ausubel, Jerome Seymour Bruner y Lev Vygotsky se constituyen en referentes para que el aprendizaje cobre sentido y significado a partir de su interacción con el conocimiento y se pueda encontrar una clara relación entre lo aprendido en las aulas y lo aprendido en la vida.

Definición de parámetros

El desarrollo de una tesis implica la definición de ciertos parámetros como lo son una fundamentación teórica solida en relación con cada uno de los sustentos que desde la ciencia y la investigación proporcionan la base para que los hallazgos encontrados tengan un respaldo metodológico científico y no sean solo un relato empírico por mas significativos que estos parezcan. Otros parámetros surgen cuando se considera el tipo de humano que se quiere formar, el modelo de aprendizaje debe a parte de lo puramente teórico, responder a este planteamiento y tener presente, las experiencias que subyacen en el yo interior del estudiante y a partir de sus experiencias, su forma de concebir el mundo, estos parámetros son elementos culturales, sociales y de entorno que influyen en el proceso de aprendizaje y la caracterización del contexto donde el aprendizaje debe desarrollarse en lo ideal y en lo real.

Definición Conceptual

La presente tesis tiene como objetivo definir una relación concreta y clara entre el concepto de volumen su descripción matemática, sus requerimientos conceptuales y su aplicación en el desarrollo de un proyecto de aula que puede constituirse en una opción de vida para los estudiantes dadas sus características socioeconómicas. En cuanto a lo

matemático se puede recurrir a los autores convencionales que forman parte del abanico de referentes bibliográficos que se consultan en los niveles de básica secundaria.

El significado y el sentido que le proporciona el nexo entre el conocimiento teórico y la realidad vivida permite que los estudiantes encuentren en las matemáticas un camino a través del cual esta área del conocimiento deja de ser un requerimiento académico para convertirse en una necesidad de vida.

En cuanto al aprendizaje se define como el proceso mediante el cual un aprendiz puede interiorizar un conjunto de conceptos modelos y estructuras que modifican su base cognitiva y que le permiten retroalimentar el conocimiento ya adquirido con actividades y objetivos que mediados o no permiten la transferencia y apropiación del conocimiento desde una perspectiva académica organizada y sistemática.

El desarrollo de esta tesis implicó la construcción de un sistema simplificado de cultivo hidropónico, donde el concepto de volumen cobra gran importancia, ya que toda vez que se acude al crecimiento de una semilla y posterior transformación en un producto comestible en términos matemáticos se da un cambio de menor a mayor volumen (Ver Fig. 1, Cambio de una semilla). Desde lo conceptual el volumen puede considerarse como el espacio tridimensional que ocupa un cuerpo que se expresa como el resultado en unidades cúbicas de calcular una ecuación determinada asociada a un sólido y que permite conocer el tamaño de su cuerpo.



Figura 1 Cambio de una semilla

En lo teórico el volumen esta mediado por ecuaciones, descripciones e incluso integrales en rotación que intentan interpretar el mundo de los solidos con la máxima aproximación posible pero por supuesto sin lograrlo de manera exacta. En lo practico el volumen se puede asociar con diferentes actividades que al ser desarrolladas en el aula permiten que los estudiantes puedan adquirir el concepto y apropiarlo, de esta forma pueden entender su sentido dentro del contexto es decir dentro de la cotidianidad que lo rodea, mas allá de lo que le aporte la formulación y sustento matemático que, siendo de alta importancia, cobran poco sentido sino se relaciona con el mundo exterior.

La primera aproximación que se realizo en la presente tesis consistió en conocer de viva voz de los estudiantes que conocimientos previos tenían al respecto de las necesidades que involucraban dicho concepto. En este sentido en una conversación enteramente informal, se realizaron conversaciones con algunos de los estudiantes para saber los indicios, el nivel de conocimiento y de desarrollo del respectivo pensamiento geométrico. De acuerdo al registro fílmico (Herazo, 2016, Video 16V) Nociones Conversación informal con un estudiante (Herazo, 2016, Video 17V) Nociones Conversación informal con otro estudiante se puede evidenciar que el nivel de conocimiento al respecto del concepto de volumen es notoriamente bajo, tal situación y la importancia de que los

estudiantes dominen este objeto matemático generan en la docente un reto superior al que originalmente se había pensado pues si bien se partía de que el concepto de volumen estaba frágilmente asimilado por los estudiantes no se esperaba que en muchos de ellos, estuviera ausente.

Conocer esta información de primera mano constituyo un paso muy importante que le dio fundamento investigativo y que estableció un punto de partida a la presente tesis, por lo tanto se diseño un instrumento de recolección de información que recogió las inquietudes básica para diseñar toda la estrategia para aproximar a los estudiante a dicho concepto y de paso que permitiera conocer el nivel general de conocimiento y apropiación del concepto de volumen. Ver anexo 5 (Modelo de cuestionario para recolectar Información Básica).

Objetivo especifico 2

Establecer los criterios que caracterizan a los estudiantes con bajos recursos económicos.

Para el logro de este objetivo especifico se desarrollo el siguiente conjunto de actividades:

- Caracterización de la población estudiantil por estratos de los estudiantes del grado 9º de la Institución Educativa Cristóbal Colon Armenia Sede Colon
- Definición de “estudiante con bajo recursos económicos”

- Parametrización de los criterios que caracterizan a los estudiantes con bajo recursos económicos.

Caracterización de la población

La población que se toma para la presente tesis está conformada por estudiantes de la Institución Educativa Cristóbal Colon Sede Colon Armenia Quindío, grado 9ºB este grupo fue seleccionado considerando los siguientes criterios:

1. Disponibilidad de los estudiantes grado y sede.
2. Disponibilidad de la docente con el grupo, Bloques en horario
3. Estrato socioeconómico

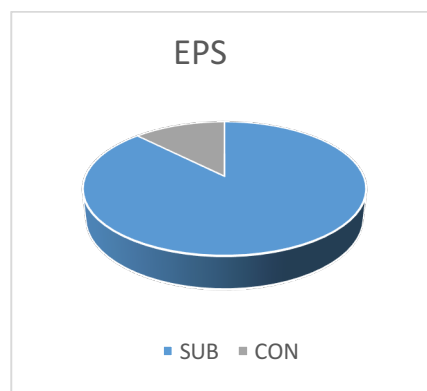
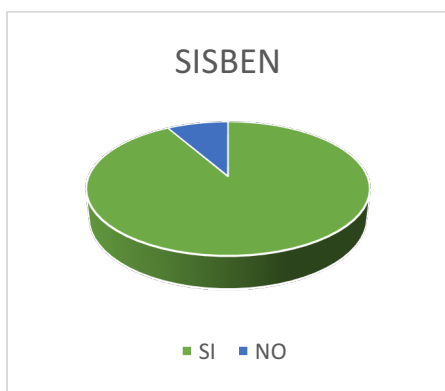
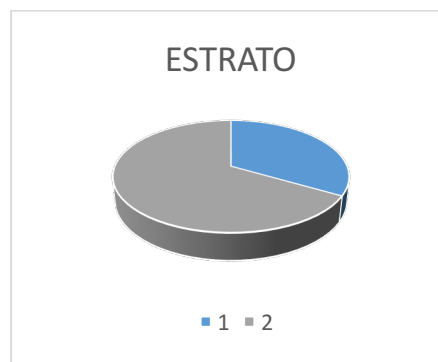
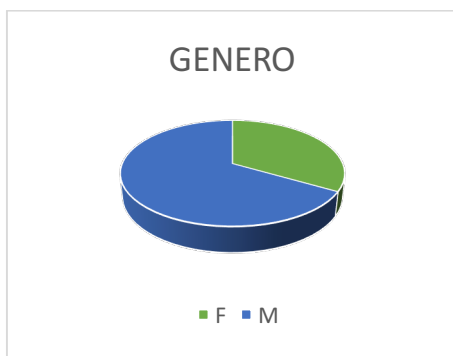
El cuadro 1 Lista estudiantes grado 9ºB año 2016 Institución Educativa Cristóbal Colon Sede Colon Armenia Quindío. Caracterización Genero y Estrato Socioeconómico, Sisben, Eps, información que consta en hojas de matricula Anexo 6.

No.	APELLIDOS Y NOMBRE		GENERO		ESTRATO		SISBEN		EPS	
			F	M	1	2	S	N	SB	CO
1	AGUDELO MARIN	SANTIAGO		1	1			1		1
2	ARBELAEZ BRAVO	CRISTIAN CAMILO		1	1		1		1	
3	CAICEDO OLAYA	JUAN CAMILO		1	1		1		1	
4	CAMPOS VARON	VICTOR MANUEL		1	1		1		1	
5	CONTRERAS SANCHEZ	JESSICA TATIANA	1		1		1		1	
6	DURAN MARIN	JUAN SEBASTIAN		1		1		1		1
7	FLORES ARROYAVE	YEREMY	1		1		1		1	
8	GRANADOS BAREÑO	CARLOS ADRIAN		1	1		1		1	
9	GUARIN CASTAÑO	JUAN ANDRES		1	1		1		1	

10	HERNANDEZ ARENAS	JUAN CAMILO		1		1	1		1	
11	HOYOS OSPINA	JULIAN DARIO		1	1		1		1	
12	LASSO CORREA	KATHERINE LIZETH	1		1		1		1	
13	LOPEZ TEJADA	JHONATAN STIWAR		1	1		1		1	
14	MESA ZAPATA	LUZ MARINA	1		1		1		1	
15	OLAYA GONZALEZ	DANIELA	1		1		1		1	
16	PIZARRO ECHAVARRÍA	BRAYAN DAVID		1	1		1		1	
17	QUICENO GOMEZ	KAREN MELISSA	1		1		1		1	
18	RAMIREZ BUSTAMANTE	ALEJANDRA	1		1		1		1	
19	RAMIREZ CASTIBLANCO	JESUS FRANCISCO		1	1		1			1
20	RAMOS BORREGO	SERGIO		1	1		1		1	
21	TAPASCO BUENO	RAUL		1	1		1		1	
22	TUBIO CASTRO	JUAN MANUEL		1		1	1		1	
23	VELASQUEZ	JUAN PABLO		1	1		1		1	
24	VILLEGAS	LUISA FERNANDA	1		1		1		1	
TOTAL			8	16	21	3	22	2	21	3

El cuadro 2 Resumen Caracterización Genero y Estrato Socioeconómico, Sisben, Eps.

GENERO		ESTRATO		SISBEN		EPS	
F	M	1	2	SI	NO	SUB	CON
8	16	21	3	22	2	21	3
33%	67%	88%	12%	92%	8%	88%	12%



- El 67% de los estudiante participantes en el proyecto es de género masculino y el 33% género femenino.
- El 88% de los estudiantes son de estrato 1 y el 12% son de estrato 2
- Todos los estudiantes en el grado 9ºB pertenecen a estrato 1 y 2.
- EL 98% de los estudiantes tienen Sisben, el 2% no.
- El 88% de los estudiantes tienen Eps subsidiada y el 12% tienen Eps contributiva categoría A.

A continuación se hace una breve descripción de la Institución Educativa Cristóbal Colon Armenia, de donde se tomo el grupo que participo en el proyecto de Investigación.

La Institución educativa Cristóbal Colon nace por el año 1970, por la necesidad de reubicar, las escuelas de niñas Alejandro Suárez, y Perpetuo Socorro, debido a su deterioro y al desarrollo urbanístico de la ciudad. Con la colaboración del Comité de Cafeteros, el Ministerio de Educación Nacional la institución se construyo en el Barrio Corbones entre las carreras 24 A y 25 con Calle 17.

Actualmente la Institución Educativa cuenta con dos sedes Colon y Gran Colombia, con tres jornadas, mañana, tarde y noche y todos los ciclos preescolar, primaria, secundaria y media técnica.

Definición estudiante de bajos recursos

En la presente tesis se define al estudiante de bajos recursos económicos como un estudiante de estrato 1 o 2 con formación educativa en colegio oficial. Con Sisben o con régimen contributivo Categoría A, o sin servicio medico.

Parametrización de estudiantes de bajos recursos

En la presente tesis se presenta la parametrización de los estudiantes con bajos recursos económicos.

- Su estrato socioeconómico es 1 o 2
- Estudia en un establecimiento educativo publico
- Pertenece al régimen subsidiado de salud Sisben o pertenece al régimen contributivo de salud Categoría A

Objetivo específico 3

Analizar los procesos de aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes con bajos recursos económicos.

El logro de este objetivo específico se espera alcanzar mediante la implementación de las siguientes actividades:

- Definición de proceso de aprendizaje
- Definición y contextualización del concepto de volumen
- Aproximación informal al concepto de volumen que tienen los estudiantes
- Descripción de los procesos de aprendizaje que suceden en la Institución Educativa Cristóbal Colón Sede Colón Armenia en relación al concepto de volumen.

Definición proceso de aprendizaje

En la presente tesis se toma como referencia la definición de proceso de aprendizaje dada por Jerome Seymour Bruner: Aprendizaje es el proceso de interacción en el cual una persona obtiene nuevas estructuras cognoscitivas o cambia antiguas ajustándose a las distintas etapas del desarrollo intelectual. Para Bruner hay cuatro momentos estos son:

- Predisposiciones: Constituyen los motivos internos que mueven al sujeto para iniciar y mantener el proceso de aprendizaje.

- Exploración de alternativas: Constituyen las estrategias internas que, activadas por la predisposición se mantienen en la búsqueda hasta lograr, mediante distintos ensayos descubrir lo que se buscaba.
- Salto intuitivo: Es un estado, logrado generalmente de manera súbita como resultado del proceso del pensamiento. No es expresable verbalmente, a veces es muy rápido, otras lento, y extendido en el tiempo.
- Refuerzo: Es el momento en que el que aprende considera valiosos sus hallazgos, válidas sus hipótesis, se corrige y se perfecciona

Estos cuatro momentos o etapas se evidencia en el desarrollo de la estrategia planteada en esta tesis.

Definición y contextualización del concepto de volumen

Sobre el concepto de volumen se consideraron diversas definiciones como las de Piaget, Inhelder y Szeminska (Guerrero, 2014) que dan tres significados de volumen: interno, ocupado, desplazado:

- Volumen interno: Se define como “aquello que está limitado por superficies” y como “la cantidad de unidades de material que forman un cuerpo”.
- Volumen ocupado: espacio ocupado que ya no puede ser utilizado por otro objeto.
- Volumen desplazado, corresponde a la cantidad de agua desplazada al introducir un objeto en ese líquido. (Sáiz, 2005)

Con estas definiciones se concreta una definición de volumen para esta tesis, entonces volumen se entenderá como el espacio ocupado por un cuerpo, la medida del espacio de tres dimensiones.

Aproximación informal al concepto de volumen

El concepto de volumen es fundamental para el desarrollo del plan de aula diseño, construcción y ejecución de un cultivo hidropónico y su posible relación con las matemáticas, en este proyecto de aula los estudiantes necesitaron calcular el espacio que ocuparía el cultivo, las medidas del sitio, la plantación, el espacio ocupado por la cantidad de agua dentro de los recipientes, el espacio ocupado por la cantidad de arena para la plantación, el espacio entre las semillas germinadas, el espacio máximo que ocuparía cada lechuga entre otros

También se hizo necesario diferenciar los conceptos de volumen y capacidad. Del Olmo, Moreno y Gil (1993) establecen: Comúnmente volumen y capacidad se expresan como sinónimos, sin embargo ambos términos conllevan a diferentes significados. Volumen sugiere el espacio ocupado mientras que capacidad es el espacio vacío con posibilidad de ser llenado. La relación entre capacidad y volumen es complicada por esto se debe distinguir entre “capacidad como espacio creado (espacio vacío) y volumen como espacio reclamado (espacio ocupado)”.

Al inicio del proyecto de investigación los estudiantes no tenían una definición clara o cercana al significado correcto del concepto de volumen, sus ideas estaban asociadas con situaciones cotidianas que no hacen referencia a este concepto matemático, por ejemplo creían que volumen desde el punto de vista de las Matemáticas era el número que indicaba el aumento o disminución de un sonido, también pensaban que era la cantidad de líquido que poseía un objeto tridimensional, como un vaso una botella;

después de algunas actividades la noción cambio por cantidad de cubos que una figura puede contener, para finalmente llegar la definición Medida del espacio de tres dimensiones, espacio ocupado por un cuerpo. Es importante aclarar que en la Institución educativa donde se desarrollo esta tesis, durante el año 2016 y años anteriores de bachillerato los estudiantes no tuvieron acercamiento conceptual a ningún concepto Geométrico y solo para el tercer y cuarto periodo de ese año se abordaron temas de este tipo en el proceso de aprendizaje.

Descripción proceso de aprendizaje en la IE Cristóbal Colon

En la Institución educativa Cristóbal Colon Sede Colon los procesos de aprendizaje se deben plantear desde el modelo pedagógico del colegio Modificabilidad cognitiva con un enfoque humanista, en la practica con dificultades se planea con este enfoque y los procesos de aprendizaje presentan dificultad por diversos motivos entre los que están:

- Dificultades de disciplina por agresividad, robos, expresiones verbales productos de los hogares disfuncionales, habitantes de barrios violentos y el consumo de spam.
- Dificultades económicas, no traen los elementos necesarios a clase, lápiz, borrador, cuadernos, cartulinas, fotocopias, reglas, transportadores y otros.
- Nutrición, los estudiantes manifiestan tener hambre durante las clases y por situaciones de horario en la jornada 6:15 am ingreso no desayunan y otros carecen de recursos para un buen desayuno que les de la vitalidad de toda la jornada.

Para el caso del concepto de volumen el proceso de aprendizaje se abordo desde la modificabilidad cognitiva considerando la planificación de objetivos, planificar objetivos

es el camino seguro para obtener éxito, esta planificación se evidencia en las THA la mediatización de tareas donde el profesor es un mediador y busca crear en el estudiante sentimientos de determinación, la búsqueda de significado sobre los conceptos matemáticos es decir comprender cual es la finalidad de una actividad (Feuerstein 1997) todo esto de la mano con los fundamentos del aprendizaje significativo donde el nuevo conocimiento se relaciona con el que ya tiene La atribución de significados que se hace con la nueva información, la actitud potencialmente significativa y la presentación de material entre otros (Rodríguez Palmero 2014) y el enfoque socio constructivista

En una primera etapa se indago sobre que sabían los estudiantes sobre el objeto matemático volumen, luego se desarrollaron actividades sobre los conceptos necesarios para abordar el tema y finalmente se abordaron actividades que tienden a potenciar el aprendizaje de este concepto, mas que una formula se enfatizo en la comprensión del concepto porque como menciona González (2001) “en secundaria, la consideración del volumen como medida es el aspecto predominante, quedando en segundo plano las actividades encaminadas a la adquisición del concepto de volumen” Saucedo, Carbó y Mántica (2009) Al revisar el tratamiento escolar que se da a las magnitudes nos encontramos que el volumen parece ser una de la más descuidadas en cuanto a las actividades que se realizan, ya que no solo se dejan de lado algunas de sus variadas relaciones con otros temas, sino que muchas veces se confunde la propiedad que estamos midiendo (volumen) con su medida, esto con el fin de usar este conocimiento en el diseño, construcción y ejecución de un cultivo hidropónico y su relación con la matemática.

Objetivo específico 4

Clasificar y organizar las dificultades para asimilar apropiar, interiorizar, aplicar, evaluar y retroalimentar el concepto de volumen.

Para el logro de este objetivo específico se implementaron las siguientes actividades.

- Aproximación verbal a las dificultades para comprender el concepto de volumen directamente con los estudiante.
- Sistematización de las dificultades practicas y teóricas que se encontraron
- Clasificación de las dificultades encontradas en relación con el concepto de volumen
- Socialización con el cuerpo docente de los hallazgos encontrados en el desarrollo de las actividades en este objetivo específico.
- Recolección de opiniones, sugerencias y criticas que enriquezcan el documento construido
- Incorporación de las opiniones, sugerencias y criticas aceptadas dentro del documento

Aproximación verbal a las dificultades de los estudiantes

Para describir la aproximación verbal a las dificultades para comprender el concepto de volumen se describe inicialmente como comprendían ellos el concepto de volumen al iniciar el proyecto, es decir que tenia ellos en mente antes de la implementación de esta estrategia.

Este video (Herazo, 2016, Video 16V) fue grabado después de aplicar la prueba diagnostica, para este momento es difícil grabar a los estudiantes ya que la mayoría manifiestan pena y temor frente a la cámara. Un solo estudiante enfrenta ese miedo y se le hacen tres preguntas entre ellas que entiende cuando se menciona la palabra Volumen, el estudiante dice que lo que se le sube al televisor, es decir hace mención al aumento del sonido, no hace ninguna relación con temas geométricos.

En este video (Herazo, 2016, Video 18V) los estudiantes han realizado varias actividades de saberes previos, mas no de volumen, aunque saben que el tema central a trabajar será este, se escucha la percepción de una parte del curso, los estudiantes manifiestan lo que para este momento entienden o tienen como preconceptos sobre lo que es volumen:

- Es la proporción de una materia
- Es el contenido que hay en un vaso
- No se me ocurre nada cuando escucho la palabra volumen
- El contenido liquido que halla en algún recipiente

Los estudiante manifiestan que volumen solo hace referencia a líquidos se les pregunta si hay volumen en una volqueta con tierra, los estudiantes lo piensan y dicen que si puede ser, se le pregunta si esta vacía a lo que responde que entonces no habría volumen.

En este video (Herazo, 2016, Video 19V) se indaga a que se le puede calcular el volumen los estudiantes responden:

- A un prisma
- A un cilindro
- Solo se le puede calcular el volumen a algo que pesa
- En todo hay volumen así sea poco
- El volumen es clase de figura

Se les pregunta si a una hoja se le puede calcular el volumen y ellos dicen no porque es plana, no tiene peso, luego analizan que la hoja pesa así sea poco, asocian peso con volumen, no están seguros, piensan que algo por ser plano no tiene mucho peso. Luego piensan que si algo esta lleno de agua tiene volumen y peso y si esta vacío no pesa pero tiene volumen, otro estudiante dice si tiene agua tiene volumen, Continúa la percepción de que volumen tiene que ver solo con algo liquido, aunque si se pregunta si se le puede calcular el volumen al salón o un cuarto dudan pero afirman que es posible. Luego un estudiante afirma que a una hoja se le puede calcular el volumen así sea pequeño. Al final las conclusiones de esta primera parte de la conversación son diferentes para cada estudiante así:

- A una hoja se le puede calcular el volumen así sea poco
- A una hoja no se le puede calcular el volumen porque es una figura plana
- Una hoja no pesa y no se le puede calcular el volumen porque es muy pequeña debe se algo mas grande
- Una hoja si pesa pero no tiene volumen

Frente a la pregunta ¿Como se calcula el volumen? Los estudiante respondieron

- Volumen es igual a densidad sobre masa
- Intensidad del peso

Cuando se menciona el volumen del televisor un estudiante argumenta que ese volumen es del sonido y no tiene que ver con geometría, otra estudiante dice que volumen tiene que ver con largo ancho y alto, dicen que hay diferentes tipos de volumen que hay del sonido, volumen de la materia, de lo largo y de la profundidad.

Frente a la pregunta ¿En que situaciones de la vida cotidiana se usa el concepto de volumen? Los estudiante responden

- En un vaso de agua
- En el mar
- En la construcción
- En una excavación, en una mezcla

Al final de este video los estudiantes expresan que ellos no tiene claro que es volumen, que necesitan aprender, porque solo tienen ideas que ellos creen no son correctas.

Sistematización de las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen

En el desarrollo de la estrategia metodológica tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen se encontraron las siguientes dificultades:

1. Ausencia de conceptos básicos de Geometría.

- ✓ Confusión de palabras, confundían cuadro con cuadrado
- ✓ Concepto de cuadrilátero, los estudiantes pensaban que la única figura de 4 lados era el cuadrado.
- ✓ No conocían las equivalencias del metro, pensaban que un metro tenía 60cm.
- ✓ Concepto de triángulo, los estudiantes pensaban que un triángulo dejaba de serlo al cambiar de posición, además no comprendían el concepto de triángulo rectángulo para ellos no existía, era un imposible

Análisis Cuestionario Anexo 5, la prueba fue proyectada para 55 estudiantes del grado noveno pero por inasistencia a clase solo la desarrollaron 47

Parte A Identificación (Dada la figura escribir el nombre)

1. Cuadrado: El 21% de los estudiantes no lo identifican, consideran que cuadro y cuadrado representa lo mismo.
2. Círculo: El 19% no lo identifica
3. Paralelogramo: El 100% de los estudiantes no lo identifican
4. Rectángulo: El 19% no identifican.
5. Trapecio: El 64% no lo identifican.

6. Ovalo: El 23% no identifican. Elipse: Ningún estudiante del grado noveno conoce el nombre Elipse
7. Triangulo Rectángulo: El 77% no lo identifican; es importante destacar que los estudiantes verbalmente expresan que no es un triangulo por su posición a pesar de tener tres lados, que solo es triangulo la figura de tres lados en la siguiente posición Fig.2 el resto no.

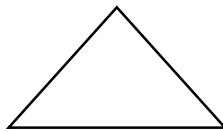


Fig.2

Los estudiantes de grado noveno piensan que si un triangulo cambia de posición deja de ser un triangulo.. Del 77% de los estudiantes que no identifican el triangulo rectángulo una gran parte lo identifico como un Angulo.

8. Triangulo: El 21% no lo identifican
9. Pentágono: El 45% no lo identifican
- 10.Hexágono: El 64% no lo identifican
- 11.Esfera: El 32% no la identifican, es este punto los estudiantes aunque se les aclaro que la prueba era solo con los conocimientos que poseían, algunos intentaron para no sentirse mal buscar en las portadas de cuadernos las figuras de la prueba y al parecer encontraron la esfera y el cono por lo tanto no se garantiza confiabilidad en esta respuesta y es muy casual que ambas tengan el mismo porcentaje de identificación.

12. Cilindro: El 38% no lo identifican
13. Cono: El 32% no la identifican
14. Pirámide: El 21% no la identifican
15. Prisma: El 57% no la identifican
16. Octaedro: El 84% no lo identifican
17. Cubo: El 15% no lo identifican, algunos lo llaman cuadro o cuadrado.
18. Dodecaedro: El 53% no lo identifican
19. Icosaedro: El 55% no lo identifican
20. Rombo: El 34% no lo identifican

Parte B Dado un concepto hacer su representación. (Dibujo)

1. Recta: El 64% de los estudiantes representan al concepto de recta con una línea sin flechas y el 36% que NO hacen una representación correcta asocian al concepto de recta con rectángulos, cuadrados, curvas y óvalos.
2. Semirrecta: El 74% de los estudiantes no hacen una representación es decir no hacen ningún dibujo sobre el concepto semirrecta
3. Segmento: El 89% de los estudiantes no hacen una representación es decir no hacen ningún dibujo sobre el concepto de segmento
4. Rectas paralelas: El 62% de los estudiantes representan con dos rayas que no se tocan las rectas paralelas, el 38% NO hacen una representación correcta.
5. Rectas perpendiculares: El 49% de los estudiantes no hacen una representación correcta del concepto de rectas perpendiculares es

decir no hacen ningún dibujo correcto sobre el concepto rectas perpendiculares solo dibujan rectas que se tocan pero no forman un ángulo de noventa grados.

6. Triangulo rectángulo: El 83% de los estudiantes NO hacen una representación correcta del concepto de triangulo rectángulo es decir no hacen ningún dibujo correcto sobre el concepto triangulo rectángulo. En este concepto algunos estudiantes opinan en voz alta que este concepto era incorrecto porque no existía un triangulo que fuera como un rectángulo que eran dos figuras diferentes que no podían ser combinadas. Otros estudiantes asociaron la figura de la parte A se devolvieron y la dibujaron
7. Angulo: El 79% de los estudiantes NO representan una ángulo de forma correcta. Algunos de estos estudiantes en este punto representaron un ángulo con un triangulo.
8. Rombo: El 66% de los estudiantes NO representan una rombo de forma correcta.
9. Trapecio: El 57% de los estudiantes NO representan el trapecio.
10. Cubo: El 45% de los estudiantes NO representan el cubo. Hacen una figura plana o las arista no coinciden.
11. Cono: El 56% de los estudiantes NO representan el cono.
12. Prisma: El 83% de los estudiantes NO representan un prisma.
13. Esfera: El 45% de los estudiantes NO representan la esfera

14. Cilindro: El 36% de los estudiantes NO representan una cilindro de forma correcta, aunque los círculos no sean muy precisos

15. Pirámide: El 38% de los estudiantes NO representan una pirámide de forma correcta, dibujan la pirámide como si fuera una figura plana, sin base solo triangulo unidos. En la parte B representación los estudiantes a pesar de que tiene ideas intuitiva correctas sobre algunas figuras y solidos, el 100% no definen ningún concepto geométrico en palabra escritas.

Parte C Preguntas abiertas sobre conceptos

- ¿Que es Geometría?

El 26% de los estudiantes interpretan geometría como una ciencia o área de las matemáticas que estudia las figuras.

- ¿En que grado han estudiado Geometría?

El 74% recuerdan haber estudiado Geometría en Básica Primaria

El 72% manifiestan haber visto Geometría en algún grado de secundaria

- ¿Qué es un solido?

El 100% de los estudiantes NO expresan verbal ni por escrito que es un solido.

- ¿Qué es un metro?

El 87% no expresan de forma correcta que es un metro.

- ¿Para que se utiliza el metro?

El 52% no expresan de forma correcta para que se utiliza el metro

- ¿Cuánto mide un metro lineal?

El 91% no expresan una equivalencia del metro lineal correcta, Muchos estudiantes argumentan que el metro mide 60cm, 80cm y 50cm el primer valor uno de los mas aceptados.

- ¿Qué es un metro cuadrado?

El 96% no expresan de forma correcta que es un metro cuadrado.

- ¿Para que se utiliza el metro cuadrado?

El 91% no expresan de forma para que se utiliza el metro cuadrado.

- ¿Cuánto mide un metro cuadrado?

El 100% de los estudiantes no conocen ninguna equivalencia del metro cuadrado

- ¿Qué es un metro cubico?

El 100% de los estudiantes no conocen que es un metro cubico

- ¿Para que se utiliza el metro cubico?

El 100% de los estudiantes no conocen para que se utiliza el metro cubico

- ¿Cuánto mide un metro cuadrado?

El 100% de los estudiantes no conocen ninguna equivalencia del metro cubico

- ¿Qué es el área de una figura?

El 100% de los estudiantes expresan no saber que es el área de una figura plana.

- ¿Cómo se calcula el área?

El 100% de los estudiantes expresan que no saben como se calcula el área de una figura plana

- ¿Qué es el volumen?

El 100% de los estudiantes expresan no saber que es volumen, solo lo asocian con el aumento de sonido de un televisor o equipo.

- ¿En que situaciones se usa el calculo del volumen?

El 100% de los estudiantes expresan no saber en que situaciones se usa el calculo de volumen.

- ¿Cómo se calcula el volumen?

El 100% de los estudiantes expresan no saber como se calcula el volumen

Otras de las dificultades de los estudiantes encontradas en el aprendizaje del concepto de volumen.

2. La construcción de figuras en 3d

- ✓ Motricidad fina cortado y doblado
- ✓ Percepción de los elementos de un poliedro

En esta actividad se implementaron varias estrategias ya que el aprendizaje no se favoreció ni con el dibujo, ni con la construcción en origami, la técnica mas acertada fue la construcción a partir de palitos y copitos.

3. Identificación de solidos

- ✓ La diferencia de figura plana y cuerpo geométrico en tres dimensiones,

- ✓ Los poliedros: Prismas, pirámides y poliedros regulares.
 - ✓ Los cuerpos redondos: Cilindro, cono y esfera
 - ✓ La unidad cubica, confusión entre cubo y cara
4. El concepto de Arista, la comprensión de la definición parece no ser comprensible por los estudiantes, el termino intersección de planos no adquiere una representación mental en el estudiante. La confusión entre lado y arista, no establecen diferencia entre elementos de una figura plana y un cuerpo geométrico. Confusión de términos aristas y lado.
 5. Abreviatura en las expresiones de los nombres de los cuerpos geométricos, los estudiantes no se refieren a los nombres de la solidos con el nombre completo, quieren abreviar.
 6. Problemas de medición, los estudiantes miden desde 1,
 7. Ausencia del concepto e área, comprensión del concepto superficie, comprensión de que es un formula, identificación de formula para cada figura, escritura y cálculos.
 8. Ausencia de conceptos matemáticos claros, solo intuiciones de uso o aplicación de conceptos como área y volumen
 9. Cambio del lenguaje común al lenguaje matemático, es decir algo que se expresa verbalmente no saben como se representa o escribe en matemáticas.
 10. Formulas, jerarquía de operaciones y valor numérico, los estudiantes no comprenden que es una formula, ni la diferencia entre una y otra, aplican la misma formula para diferentes figuras, les cuesta comprender cuales letras reemplazar por valores, escriben mal las operaciones en la calculadora, no

interpretan la jerarquía de las operaciones, no siguen un orden en el cálculo del valor final de la fórmula, escriben equivalencias incorrectas.

11. Ausencia de percepción del espacio 3d, los estudiantes no comprenden que es el espacio, para ellos una figura plana ocupa un espacio.
12. Concepto equivocado de superficie y espacio, los estudiantes no establecen diferencia entre superficie y espacio para ellos representa lo mismo.
13. Concepto equivocado de equivalencia entre volumen y capacidad, los estudiantes tienen la idea de que volumen es el agua que un sólido puede contener que es lo que le cabe, siendo esto una idea equivocada.
14. Concepto equivocado de equivalencia entre volumen y peso, los estudiantes consideran que todo lo que tiene volumen pesa por lo tanto peso y volumen son lo mismo.

Clasificación de las dificultades en el aprendizaje del concepto de volumen

Las dificultades encontradas pueden clasificarse en

- Conceptos previos

En los conceptos previos se recopilan todos los errores de tipo académicos y metodológicos producto de situaciones sociales, económicas, de interacción y cognición, estos son:

Dificultad 1. Conceptos básicos de Geometría

Dificultad 2. Construcción de figuras en 3d

Dificultad 3. Identificación de sólidos

Dificultad 4. Elementos de los sólidos

Dificultad 5. Abreviaturas en los nombres de los sólidos

Dificultad 6. Concepto de Medición

Dificultad 7. Concepto de área

Dificultad 8. Conceptos intuitivos y errados

Dificultad 9. Cambio del lenguaje común al lenguaje matemático

Dificultad 10. Formulas, jerarquía de operaciones y valor numérico.

- Conceptos claves

En los conceptos claves se recopilan los conceptos que no se enseñan porque se supone que los estudiantes los saben, aquí se mencionan:

Dificultad 11. Ausencia de percepción del espacio 3d

Dificultad 12. Concepto equivocado de superficie y espacio

- Claridad de conceptos

En los estudiantes se presenta confusión de conceptos, hay dificultades en determinar semejanzas y diferencias entre volumen, capacidad y peso.

Dificultad 13. Concepto equivocado de volumen y capacidad.

Dificultad 14. Concepto equivocado de volumen y peso.

Estos tres ítems en la clasificación de dificultades se enmarcan en la competencia Comunicación representación y modelación, ya que los estudiantes no comunican lo que ven, es confuso para ellos, no representan algebraicamente lo que piensan y no modelan porque no se les dificulta pasar del lenguaje común al algebraico.

Socialización con el cuerpo docente

En cuanto a la socialización con el cuerpo docente de los hallazgos encontrados en el desarrollo de las actividades en este objetivo específico el día 12 de Enero de 2017 en la semana Institucional de la I.E Cristóbal Colon, se desarrollo exposición sobre el proceso de Investigación y desarrollo de la Estrategia Implementación de una estrategia pedagógica tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen. Donde se escucharon comentarios verbales, además de escritos encuesta Anexo 7 sobre desarrollo de este trabajo. Además en la Comunidad de aprendizaje de Matemáticas I.E Colon 2017 que se reúne una vez a la semana, el día 07 de Febrero se expuso solamente para docentes que orientan el área de matemáticas los puntos mas importantes en el desarrollo del proyecto encuesta Anexo 8, los hallazgos y posibles mejoras, por escrito se recibieron comentarios y sugerencias.

Redacción de opiniones

Sobre la recolección de opiniones, sugerencias y criticas que enriquezcan el documento construido se mencionan:

- Encuesta a estudiantes
- Encuesta a docentes del área de matemáticas de la Institución
- Encuesta docentes de la IE Cristóbal Colon

La encuesta Anexo 9 se realizó a 10 estudiantes de básica secundaria grado 9B Institución Educativa Cristóbal Colon Sede Colon de Armenia Quindío.

Encuesta Estudiantes	
No.	Pregunta
1	Frente a la experiencia de aprendizaje del concepto de volumen con la estrategia Un cultivo Hidropónico y su relación con las matemáticas. Usted considera que es: Muy Buena ____ Buena ____ Mala ____
2	¿Qué aspectos positivos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen? _____
3	¿Qué aspectos negativos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen? _____
4	¿Cree usted que la implementación de proyectos como un cultivo hidropónico mejora el aprendizaje del concepto de volumen? Si ____ No ____
5	¿Qué temas de los previos para el aprendizaje de volumen le fueron de fácil asimilación a través del proyecto un Cultivo hidropónico y se relación con las matemáticas? _____
6	¿Qué le gustaría que se modificara o mejorara en las actividades propuestas para trabajar en el concepto de volumen? _____
7	¿Frente al estudio del concepto de volumen, que cree usted que dificulta este aprendizaje? _____
8	¿Frente al estudio del concepto de volumen, como cree usted que puede mejorarse? _____
9	En el caso del concepto de volumen, entre el aprendizaje en el aula y el aprendizaje

	a través de proyectos ¿Cuál cree usted que es mas significativo y porque? _____
--	---

A continuación se presentan los resultados en términos descriptivos:

1. Frente a la experiencia de aprendizaje del concepto de volumen con la estrategia Un cultivo Hidropónico y su relación con las matemáticas. Usted considera que es: Muy Buena ____ Buena ____ Mala ____

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes consideraron que la experiencia fue buena, porque:

- Se combino la parte teórica y practica
 - Se refuerzan los conocimientos previos
2. ¿Qué aspectos positivos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?

Las observaciones hechas con respecto a los aspectos positivos son:

- La posibilidad de experimentar nuevas formas de enseñanza
 - Claridad y facilidad para comprender los temas
 - La utilidad de lo que se aprende
 - La opción laboral que representa
3. ¿Qué aspectos negativos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?

Las observaciones hechas con respecto a los aspectos negativos son:

- La ausencia de cuidado del cultivo
 - La disponibilidad de tiempo y permisos
4. ¿Cree usted que la implementación de proyectos como un cultivo hidropónico mejora el aprendizaje del concepto de volumen? Si _____ No _____

Frente a esta pregunta los estudiantes consideran que si por que:

- Porque es un complemento de la teoría
 - Mejora el aprendizaje haciéndolo que no se olvide
 - Mejora la comprensión del estudiante después de conocer la teoría
 - Los proyectos son una forma atractiva y una herramienta que motiva el aprendizaje de las matemáticas.
5. ¿Qué temas de los previos para el aprendizaje de volumen le fueron de fácil asimilación a través del proyecto un Cultivo hidropónico y se relación con las matemáticas?

Los estudiantes consideraron que los temas que aprendieron con mayor facilidad fueron:

- El metro lineal
 - El metro cuadrado
 - La formulas de área del cuadrado y triangulo
6. ¿Qué le gustaría que se modificara o mejorara en las actividades propuestas para trabajar en el concepto de volumen?

Los estudiantes opinan que les gustaría que se modificara o mejorara las siguientes situaciones:

- Mas tiempos para hacer el proyecto
 - Mas apoyo e iniciativas de proyectos
7. ¿Frente al estudio del concepto de volumen, que cree usted que dificulta este aprendizaje?

Los estudiantes opinan que lo que mas se le dificulta es

- Realizar las operaciones
 - Saber que formula usar
8. ¿Frente al estudio del concepto de volumen, como cree usted que puede mejorarse?

Los estudiantes opinan que el aprendizaje se puede mejorar si

- El colegio invierte en materiales para desarrollar proyectos
 - Si se hacen actividades diferentes a estar dentro del salón
9. En el caso del concepto de volumen, entre el aprendizaje en el aula y el aprendizaje a través de proyectos ¿Cuál cree usted que es mas significativo y porque?

Todos los estudiantes coinciden en decir que el aprendizaje a través de proyectos es mejor porque

- Ponen en practica todo lo que aprenden
- Es mejor que estar en el salón encerrados
- No se les olvida tan fácil lo que aprenden.

La encuesta se realizó a cuatro profesores de básica secundaria que orientan matemáticas en secundaria en la Institución Educativa Cristóbal Colon de Armenia

Quindío, este grupo de docentes ha sido permanente en los últimos años.

Encuesta Profesores de Matemáticas	
No.	Pregunta
1	¿Frente al estudio del concepto de volumen, que cree usted que dificulta este aprendizaje?
2	¿Qué aspectos positivos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?
3	¿Qué aspectos negativos puede desatacar de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?
4	¿Qué opinión o sugerencia tiene frente a la estrategia un cultivo hidropónico y sus relación con las matemática aprendizaje del concepto de volumen?
5	En el caso del concepto de volumen, entre el aprendizaje en el aula y el aprendizaje a través de proyectos ¿Cuál cree usted que es mas significativo y porque?

A continuación se presentan los resultados en términos descriptivos:

Pregunta 1. ¿Frente al estudio del concepto de volumen, que cree usted que dificulta este aprendizaje?

Los profesores opinan que:

- La primera dificultad de aprendizaje para cualquier tema es la falta de disposición por parte de los estudiantes
- Falta de dominio de las operaciones básicas, es decir no saben realizar

operaciones básicas suma, resta, multiplicación y división, sobre todo esta última

- No saben reemplazar valores ni conocen las fórmulas
- La poca comprensión de lectura en los enunciados de problemas

Pregunta 2. ¿Qué aspectos positivos puede destacarse de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?

Los aspectos positivos que los docentes manifiestan son:

- Las actividades van enfocadas a una meta práctica
- El material manipulativo fortalece el aprendizaje
- Las actividades de construcción son llamativas para los estudiantes

Pregunta 3. ¿Qué aspectos negativos puede destacarse de las actividades sobre el aprendizaje del concepto de volumen?

- Las actividades extra clase implican de tiempo adicional por parte del docente investigador no incluidos en la intensidad horaria dada por asignación.
- La responsabilidad del docente investigador por lo que hacen los estudiantes en el horario extra clase.
- Riesgos en la manipulación de herramienta para la construcción

Pregunta 4. ¿Qué opinión o sugerencia tiene frente a la estrategia un cultivo hidropónico y sus relación con las matemáticas aprendizaje del concepto de volumen?

- Socialización con docentes de primaria para trabajar en falencias que pueden superarse de las que presentaron los estudiantes.
- Otros profesores opinaron que ninguna sugerencia, que todo les parecía bien

Pregunta 5. En el caso del concepto de volumen, entre el aprendizaje en el aula y el aprendizaje a través de proyectos ¿Cuál cree usted que es mas significativo y porque?

Frente a esta pregunta los docentes consideran que:

- Dos docentes opinan que aprendizaje del aula y por proyecto es significativo dependiendo del enfoque dado por el docente, aunque el aprendizaje por proyectos tenga bondades como la practica para la vida.
- Un docente considera que el aprendizaje a través de proyectos es mas atractivo para los estudiantes y que esto hace mas valioso el conocimiento para los estudiantes
- Un docente opina que lo que se hace no se olvida por lo tanto el aprendizaje con proyectos es mejor, pero es muy difícil de hacer por la disponibilidad de tiempo, materiales y permisos.

La socialización con el cuerpo docente de los hallazgos encontrados en el desarrollo de las actividades se realizo con exposición de la docente investigadora, se escucharon comentarios verbales por parte de los asistentes 25 docentes, además de la siguientes encuesta Anexo 7 diligenciada por una parte de los docentes.

Encuesta Profesores IE Cristóbal Colon	
No.	Pregunta
1	¿Que opinión le merece los hallazgos encontrados?
2	¿Que opina sobre la metodología utilizada?
3	¿Que fortalezas y debilidades puede percibir en el trabajo?

4	¿Que considera se podría añadir a esta propuesta?
5	¿Que fue lo que mas le llamo la atención del proyecto?

A continuación se presentan los resultados en términos descriptivos:

Pregunta 1. ¿Que opinión le merece los hallazgos encontrados?

Los docentes de básica primaria expresan:

- Es importante saber referirse a los conceptos matemáticos
- Muy interesante y preguntan como aportar desde primaria a mejorar las dificultades encontradas con los jóvenes grandes.
- Importante la socialización
- Hay conceptos de bachiller que pueden iniciar bien en primaria

Pregunta 2. ¿Que opina sobre la metodología utilizada?

Los docentes opinan que la metodología utilizada fue:

- Muy acertada para motivar a los estudiantes
- Buena porque los lleva la practica
- Buena pero implica dinero y tiempo

Pregunta 3. ¿Que fortalezas y debilidades puede percibir en el trabajo?

Los docentes opinan que las fortalezas son:

- Una forma diferente de aprender
- Que los estudiantes aprendan algo para la vida

Los docentes opinan que las debilidades son:

- Los estudiantes en algunas ocasiones no valoran los proyectos
- Los estudiantes suelen no ser responsables y perseverar

Pregunta 4. ¿Que considera se podría añadir a esta propuesta?

- Socializarla desde el inicio del proyecto para cuidar el cultivo entre toda la comunidad
- Interactuar con otros cursos y padres de familia

Pregunta 5. ¿Que fue lo que mas le llamo la atención del proyecto?

- La construcción del cultivo
- Los productos que desarrollaron los estudiantes, el material manipulativo

Después de una depuración de las observaciones se procedió a la incorporación de las opiniones, sugerencias y críticas al documento, para finalmente dar una revisión detallada y un ajuste final al documento preliminar

Incorporación de las opiniones

Los docentes que orientan matemática en la institución educativa Cristóbal Colon, son un normalista, dos licenciados en matemáticas, un ingeniero electrónico y un físico, ninguno con título de maestría, el 100% opinan que es buena la estrategia, sus aportes fueron positivos sin ninguna observación de fondo o propuesta para añadir al proyecto de investigación, en cuanto a sugerencias, manifestaron realizar socialización con docentes de primaria, por esta sugerencia se se programo y realizo una charla con las docentes de básica primaria donde se socializaron los resultados obtenidos, se

escucharon las opiniones al respecto y se ofrecieron propuesta sobre como posiblemente mejorar y superar las dificultades para abordar a el concepto de volumen.

Las propuestas que se plantearon a las docentes de primaria para el aprendizaje del concepto de volumen son:

- Siempre un manejo claro de términos desde grados iniciales hablar de las figuras con nombre matemático preciso y sus elementos.
- Fortalecer el paso del lenguaje común al lenguaje matemático haciendo dictados matemáticos
- Tomar tiempo de clase para escuchar a los estudiantes y realizar actividades donde la actividad central sea el dialogo matemático.
- Implementar actividades experimentales con los niños donde vean la utilidad de los conceptos matemáticos
- Implementar actividades con material concreto en las actividades experimentales
- Hacer uso del contraejemplo para que los niños deduzcan y descubran la diferencia entre conceptos matemáticos.
- Implementar las THA para programar una clase, reflexionar en el acto educativo
- Implementar cambios continuos con diversos recursos para encontrar la forma en la que el estudiante aprende.

Con respecto a la opinión de los docentes sobre lo adecuado de los materiales, de apoyo, el lenguaje, el contenido y el proyecto de aula un cultivo hidropónico y su relación con la matemáticas desarrollado en la presente investigación, el 100% opina que es bueno,

pero que para implementar estos proyectos es difícil por el costo financiero que debe ser asumido por el profesor, la dificultad en disponibilidad de tiempos y permisos. También es importante destacar la forma como los docentes argumentan la necesidad de incorporar proyectos en el aprendizaje de las matemáticas y de se haga investigación por parte de los docentes de aula que son quienes conocen de primera mano las dificultades que se presentan en la enseñanza de los conceptos matemáticos.

Considerando el planteamiento del problema las conclusiones que se exponen como resultados de análisis apuntan algunos aspectos que pueden ser mejorados en la enseñanza del conceptos matemáticos y sugiere una evaluación curricular permanente, capacitación del profesorado, mejoramiento de practicas pedagógicas, propuesta y desarrollo de proyectos. Frente a esta conclusión se destaca

- En el año 2017 fue evaluada y reestructurada la malla curricular de matemáticas
- Existió mas participación en la comunidad de matemáticas de la Institución educativa IE Cristóbal Colon.
- Se incentivo la elaboración y ejecución de proyectos de investigación.

Objetivo especifico 5

Proponer, ejecutar y validar actividades para superar las dificultades en la adquisición del concepto de volumen.

Se han adoptado las siguientes actividades del presente objetivo especifico:

- Planteamiento de actividades que propendan por la superación de las dificultades encontradas.

- Formulación y presentación del proyecto “Construcción de un sistema de cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas”
- Revisión de las actividades adoptadas para la superación de las dificultades encontradas.
- Validación de las actividades adoptadas para la superación de las dificultades encontradas.

Planteamiento de actividades para superar dificultades en el aprendizaje de volumen

Para superar las dificultades encontradas se plantean las actividades que se describen a continuación todas basadas en una trayectoria hipotética de aprendizaje THA además seguimos los lineamientos presentados por Jerome Bruner, que considera que el individuo tiene una gran participación. El instructor no expone los contenidos solamente sino que su actividad se dirige a darles a conocer una meta que ha de ser alcanzada y además en servir como mediador y guía para que los individuos sean los que recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos.

En otras palabras, lo que se busca es un aprendizaje por descubrimiento, este aprendizaje se da cuando el individuo recibe las herramientas necesarias para que descubra por si mismo lo que se desea aprender. Consideramos que este aprendizaje es bastante útil, pues cuando se lleva a cabo de modo idóneo, asegura un conocimiento significativo y fomenta hábitos de investigación y rigor en los individuos. A continuación se menciona lista y se hace una descripción del contenido de cada una de las veinte actividades considerando su objetivo de aprendizaje y su metodología de trabajo:

Actividades con los Estudiantes	
No.	Nombre de la Actividad
1	Nociones
2	Partes de una figura plana
3	Partes de un cuerpo geométrico
4	Cuerpos Geométricos Construcción
5	Mapa Conceptual
6	Metro lineal
7	Metro cuadrado
8	Noción de Área de figuras planas
9	Formula área Cuadrado y Rectángulo
10	Formula área del triangulo
11	Aplicación de formulas área triangulo, rectángulo y cuadrado
12	Metro cubico
13	Medición en el cultivo hidropónico
14	Concepto de volumen espacio ocupado
15	Concepto de volumen espacio no ocupado
16	Concepto de volumen en el Cultivo hidropónico
17	Formula para volumen de ortoedros
18	Aplicación formula de volumen ortoedros
19	Aplicación de formulas
20	Diferencia entre volumen capacidad y peso

Detalle descriptivo del desarrollo de las actividades mencionadas:



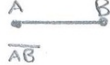


ESTUDIANTES	
Actividad No. 1	Nociones
Objetivo	Nivelar las falencias sobre los conceptos básicos en geometría de los estudiantes de grado 9B
Tiempo	2 Horas
Estudiantes	24
Recursos	Guías de Nociones anexo 10
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	<p>En esta actividad los estudiantes estuvieron receptivos querían conocer lo que no sabían, estuvieron atentos a las respuestas que fueron suministradas para registrar en las guías, antes de responder recibieron el Tés inicial con el numero de respuestas correctas e incorrectas, se sorprendieron por las respuestas correctas pues decían que no sabían nada que eran muy brutos, igualmente ordenaron de forma individual una carpeta en cartulina de colores denominada Bitácora donde desde esta actividad en adelante guardaran todas las actividades con los comentarios y observaciones, esta guía se llamara bitácora de actividades siendo así una evidencia para el análisis del aprendizaje y la metodología. Los estudiantes se notaban contentos porque ahora sabían conceptos que ellos decían son básicos y que ya deberían saber.</p>

Ilustración

Foto 46

Parte B. Construcción y definición de figuras

- Dibuje los objetos geométricos y escriba su definición breve

1. Recta	2. Semirrecta	3. Segmento	4. Rectas Paralelas	5. Rectas Perpendiculares
				
Definición Recta: Es una sucesión infinita de puntos.	Definición Semirrecta: Parte de una recta con un punto inicial	Definición Segmento: Parte de una recta con un punto inicial y punto final	Definición Rectas paralelas: dos rectas que no tienen ningún punto.	Definición Rectas perpendiculares: Se tocan y forman un ángulo de 90°

Esta actividad fue igual al test inicial con sus tres partes A identificación de figuras, B construcción y definición y C Conceptualización básica.

Estos son los aspectos mas sobresaliente en la actividad de nociones

- Confusión de palabras cuadro y cuadrado, después de la actividad se solicito expresión verbal en varias ocasiones donde se pudo notar que los estudiantes notaban y corregían a sus compañeros en cuanto a la diferencia de estas palabras y cual corresponde al concepto geométrico.
- Se aclara el concepto de cuadrilátero, los estudiantes pensaban que las figuras de cuatro lados se llaman cuadrado y enfrentaban una contradicción cuando se les dibujaba un rombo, un trapecio y otros cuadriláteros.
- Se aclara la equivalencia del metro, indicando concepto y equivalencias en múltiplos y submúltiplos, además de esto en practica posterior se construye el metro lineal.
- Concepto de triangulo, se aclara el concepto de triangulo se ilustra el cambio de posición de los triángulos para que concluyan que sin importar la posición continua siendo un triangulo, además se menciona de forma puntual la definición de triangulo rectángulo que es un figura plana que existe y el porque de su nombre

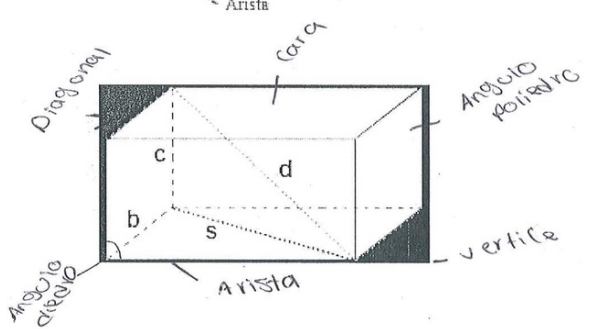
que un rectángulo no es igual a un triángulo, sino que un triángulo rectángulo es un triángulo con un ángulo de 90° , además se aclara observando la representación que un triángulo rectángulo no es un ángulo.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 2	Partes de una figura plana
Objetivo	Identificar las partes de una figura plana
Tiempo	1 Hora
Estudiantes	17
Recursos	Guía parte de figuras planas anexo 11
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad los estudiantes prestaron atención se menciono que figuras planas conocían, que venían en su entorno, la clase fue de solo una hora se ilustro en el tablero y con imágenes los elementos de una figura plana, se hablo de la importancia de conocer la diferencia entre figura plana y cuerpo geométrico, se citaron algunas representaciones como el caso de las fotos como algo plano
Ilustración	<p>FIGURA: <u>Rectángulo</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>AB - BC - CD - DA</u> • <u>A - B - C - D.</u> • _____ Suma de todos los ángulos interiores <u>360°</u>
Foto 48	

Estos son los aspectos mas sobresaliente en la actividad elementos de una figura plana:

- Confundían la diagonal con el lado de la figura, cuando se les demarca en una figura la diagonal y se les pregunta cuantos lados tiene, los estudiantes cuentan la diagonal como un lado de la figura, se hizo la aclaración pertinente y en el tablero los estudiantes dibujaron varias figuras con diagonales y se le solicito expresar cuantos lados tenia e identificar cual era la diagonal.
- El concepto de largo, ancho y altura en diferentes figuras les causa dificultad, pues en el rectángulo la altura es un a su vez un lado de la figura pero en algunos triángulos no, además les causa inquietud porque los triángulos tienen varias alturas, sumado a esto el caso especial el triangulo rectángulo donde algunas alturas son sus lados. Salen al tablero por orden de lista y trabajan figuras identificando sus elementos
- El concepto de vértice es conocido o identificado por los estudiantes como la esquina de la figura, se les aclara que su nombre es vértice y se pide que verbalmente lo expresen y se pregunte elementos de figuras planas entre parajes.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 3	Partes de un cuerpo geométrico
Objetivo	Identificar las partes de un cuerpo geométrico
Tiempo	1 Hora
Estudiantes	20
Recursos	Guía partes de un cuerpo geométrico anexo 12
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B

Descripción	<p>En esta actividad los estudiantes no estuvieron muy prestos expresaron que esta actividad ya se había visto y se les aclara que los elementos de una figura plana y cuerpo geométrico son diferentes. Se llevan solidos ya elaborados para que ellos los observen e identifiquen en ellos los elementos que son explicados por la docente.</p>
<p>Ilustración</p> <p>Foto 50</p>	

Estos son los aspectos mas sobresaliente en la actividad elementos de un cuerpo geométrico:

- El concepto de arista les cuesta dificultad los estudiantes expresan que no entienden como se interceptan dos planos o superficies, se les explica con representaciones como las paredes del colegio, como el cruce de dos hojas entre otros, se les solicita expresar oralmente y muestran dificultad, debido a esto en varias ocasiones la expresión verbal de los estudiantes es un por ejemplo un cubo con 12 lados.

- El concepto de vértice preguntan porque es igual en la figura plana y en el cuerpo geométrico, si son diferentes figura plana y cuerpo geométrico, se aclara el cuerpo geométrico esta formado por planos a su vez los planos están formados por sucesiones infinitas de rectas y la intercepción de rectas es un punto.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 4	Cuerpos geométrico 1 Construcción
Objetivo	Aprendizaje del concepto de poliedro
Tiempo	3 Horas
Estudiantes	24
Recursos	Cuaderno, lápiz, colores, imágenes, tijeras cartulina, solidos, cartón paja, Colbon, moldes, copitos, plastilina, silicona.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	<p>Los estudiantes para esta practica mostraron gran interés, la parte inicial de esta actividad fue tomar nota de los conceptos, definición de cada poliedro, dibujo, cantidad de vértices, aristas y forma de cada cara.</p> <p>La segunda parte fue el corte de los poliedros en papel, pegarlos en cartulina, recortar y armar, en esta fase solo 3 estudiantes de los 24 fueron capaz de realizar con éxito esta actividad, les costo mucha dificultad cortar, doblar las pestañas y armar el cuerpo geométrico sobre todo el icosaedro. La tercera parte consistió en armar los poliedros con copitos, esta actividad fue mas exitosa, los estudiantes se mostraron muy motivados, contentos, y armaron con mas facilidad los poliedros, identificando las aristas,</p>

	<p>las caras y los vértices. La cuarta parte fue la construcción del cubo en origami actividad que fue poco satisfactoria al realizarla en el salón, ya que a los estudiantes se les dificulta seguir instrucciones escuchar con atención, el corte y dobles no son firmes, lo que llama la atención es que hubo gran impacto en el trabajo de casa, a la hora de la entrega del cubo se noto gran interés se vio trabajo colaborativo, algunos llegaron a la clase con varios cubos de casa, grandes y pequeños y quienes no los habían hecho recibieron instrucciones de quienes los traían para hacerlos, el 100% mostro saber armar un cubo en origami.</p>
--	---

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad cuerpos geométricos:

- Los estudiantes no tienen motricidad fina (cortar y doblar).
- Los estudiantes les cuesta seguir instrucciones al momento de construir solidos en origami
- El dobles de los estudiantes varia, a la hora de formar el cubo siguen las mismas instrucciones pero la fichas finales de los estudiantes tienen las pestañas unas hacia la derecha y otras a la izquierda, es decir diferentes, debido a esta situación cada estudiante se ve en la obligación de realizar todas las fichas para formar su cubo y quien desea ayudarle solo puede como un trabajo colaborativo explicar paso a paso y motivarle a terminar el trabajo.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 5	Mapa Conceptual Cuerpos Geométricos 2
Objetivo	Identificar y Clasificación los poliedros

Tiempo	2 Horas
Estudiantes	19
Recursos	Guía esquema mapa conceptual anexo 13, Tijeras, Colbon, Imágenes, colores, cámara.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	Para esta actividad se recopilaban todo lo aprendido en las actividades anteriores, los estudiantes estaban en circulo había mucho ruido, a pesar de esto trabajaron muy bien ubicaron las figuras y completaron los mapas con facilidad.
Ilustración Foto 53	

Descripciones particulares en videos de esta actividad

En la grabación (Herazo, 2016, Video 1V) Karen Quiceno, se encuentra haciendo el mapa conceptual, grabar fue difícil porque según expresa siente mucha pena. En la grabación (Herazo, 2016, Video 2V) Se forman grupos sentados según su preferencia, hay mucho ruido pero la construcción del mapa conceptual se desarrolla con éxito, se evidencia trabajo en equipo, preguntas constantes, solidaridad al facilitar útiles como tijeras, Colbon y lapiceros, en este video los estudiantes expresan el nombre completo

de los poliedros, todos están motivados en la actividad y la terminan, en esta actividad se genera un ambiente donde preguntan constantemente, hay trabajo colaborativo, los grupos se ayudan entre si y al final los estudiantes buscan que el docente les de la aprobación para confirmar que todo les ha quedado bien.

En la grabación (Herazo, 2016, Video 3V) una estudiante hace una pregunta, la docente la orienta y ella misma se responde, la pregunta surge cuando construye las pirámides y cerca de ellas están los poliedros regulares que inician con el tetraedro, cuando pegan las imágenes ella se pregunta ¿es una pirámide? refiriéndose al tetraedro, se le pide leer la definición de pirámide y tetraedro, entonces ella misma se responde. Al final la estudiante manifiesta una actitud positiva, y se percibe en términos descriptivos y al escuchar las expresiones verbales correctas del concepto que han alcanzado el objetivo de la actividad Identificar y Clasificación los poliedros.

En la grabación (Herazo, 2016, Video 4V) cuando se le pregunta a un estudiante otro que sabe la respuesta la dice, sobresale la forma oral como los estudiantes expresan correctamente las definiciones, además de escuchar opiniones positivas de satisfacción cuando lo hacen, algunos se demoran un poco y otros lo hacen con precisión y propiedad. En esta actividad se destaca que los estudiantes comentaban que un sólido tenía varios nombres y a unos pocos les cuesta expresar todo el nombre completo solo dicen el final es decir por ejemplo la base del prisma o pirámide, en lugar de expresar pirámide pentagonal solo dice hice pentagonal, o en lugar de decir prisma de base hexagonal dicen solo hexagonal.

En la clase se presentan dificultades cuando se graba, debido a que se genera ruido, los estudiantes que no están siendo grabados comentan y hablan en tono fuerte, otros les da pena, una evidencia es el estudiante Jesús Francisco Ramírez que se tapa con la hoja, hay dos o tres estudiantes con una reacción negativa ante la grabación pero aun así quieren que los graban, esta situación se maneja con prudencia y se habla a parte con estos estudiantes.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad mapa conceptual:

- Los estudiantes al inicio de la grabaciones se sintieron intimidados y les causaba pena por lo que bajaban la mirada o se tapaban con las guías.
- Inicialmente las grabaciones son difíciles los estudiantes no les gusta y se genera mucho ruido.
- Los estudiantes con mal comportamiento quieren ser grabados
- Los estudiantes quieren abreviar las expresiones no les gusta pronunciar el nombre completo, se les explica que es necesario para especificar a que hacen referencia.
- Se generaron ambientes agradables de trabajo colaborativo y se da lugar expresar dudas y solución de estas.
- Los estudiantes en las actividades analizan comparan sintetizan y descubren las respuestas con un poco de orientación.
- Los estudiantes se muestran satisfechos de poder retener y expresan conceptos matemáticos de forma correcta. Esta satisfacción tiene un poder positivo en el

aprendizaje motiva, sube la autoestima y el deseo de aprender, además de la espontaneidad para ayudar a otros.

- La expresión verbal sin mirar apuntes es un buen indicio de que se están dando aprendizajes basados en la comprensión y que se esta logrando la adquisición de un concepto.
- Las grabaciones que son evidencia de la implementación de la estrategia terminan siendo un puente de motivación para estudiantes algunos muy tímidos, luego graban en pareja y luego individual contando que han aprendido, se muestran mas seguros, motivados e insistentes en poder retener un concepto quieren comprenderlo y expresarlo frente a la cámara

ESTUDIANTES	
Actividad No. 6	Metro lineal
Objetivo	Identificar el concepto de metro lineal sus múltiplos y submúltiplos
Tiempo	1 hora
Estudiantes	20
Recursos	Cartulina, escuadra, lápiz, cinta.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	Para esta actividad cada estudiante construye en metro lineal en cartulina haciendo 10 tiras de 1 decímetro enumerándolas y añadiéndolas para formar el metro lineal. En la numeración de cada tira que mide 1 decímetro se identifican milímetros y centímetros.

En esta actividad los estudiantes se mostraron contentos, el 100% de los estudiantes asistentes a la clase realizaron el metro, se observa que la mayoría son toscos en el corte, uso de las tijeras e impresión de las medidas algunos iniciaron la medida desde 1cm pero rápidamente fueron corregidos por sus compañeros cercanos superándose el error.

En este video (Herazo, 2016, Video 6V) se dan las indicaciones en clase sobre el metro, que es, cuales son sus equivalencias y como se construirá, faltaron algunos estudiantes este día, los que asisten están sentados en mesa redonda, Se dan las indicaciones y se pregunta claramente si tienen entendido en que consiste la actividad, se entregan los materiales y se procede al desarrollo de la tarea.

En este video (Herazo, 2016, Video 7) esta midiendo Brayan Pizarro, lo hace de forma correcta, antes del video el pregunta cual raya de la regla indica los centímetros, a su lado esta el estudiante Sebastián Duran quien pregunta como hacer una línea para que todas las tiras queden a 1 dm sin medir una a una, se le indica trazar una línea perpendicular con la escuadra, cuando lo hace se nota que no trazan las líneas de un solo trazo sino por partes y dudan sobre cual orientación seguir, si trazar de arriba abajo o viceversa; Luego esta Sebastián Agudelo que corta de forma tosca y en varios momentos de la actividad expresa que el no sabe cortar.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad metro lineal:

- Los estudiantes Los estudiantes no trazan de forma correcta, no tienen claridad entre recta paralelas y perpendiculares
- En los estudiantes hay ausencia de motricidad fina

ESTUDIANTES	
Actividad No. 7	Metro cuadrado
Objetivo	Identificar el concepto de metro cuadrado
Tiempo	2 horas
Estudiantes	20
Recursos	Papel periodo por pliegos, marcadores, lápiz, escuadras y reglas grandes, tijeras, cinta gruesa.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B pasillo y patio.
Descripción	Para esta actividad en parejas construyen en metro cuadrado en papel periódico por pliegos, miden y añaden la parte correspondiente para formar el metro cuadrado, luego realizan algunas mediciones en el salón, pasillo y patio

En esta actividad los estudiantes se notaron muy motivados, todos trabajaron, al inicio no había claridad sobre que era un metro cuadrado, al final el 100% de los estudiantes expresa con toda serenidad y seguridad que es, también se hace preguntas sobre aproximación ¿Es verdad que el salón mide 100 metros cuadrados? ¿Un apartamento de 16 metros cuadrados es pequeño o grande? ¿Un cuarto de 9 metros cuadrados es grande o pequeño? a las que responde de forma acertada con estas preguntas y otras como ¿cuántos metros cuadrados tiene el salón? ¿cuántos metros

cuadrados tiene el corredor a la cafetería? Son estimaciones que la hacen con gran precisión.

También se pregunta si un metro cuadrado mide 1m por cada lado y 1m equivale a 100cm ¿cuantos centímetros cuadrados tiene un metro cuadrado? Las respuestas dadas fueron:

- 400 porque por cada lado mide 100
- 4 porque por cada lado es 1m
- Son 100cm porque el lado mide 100

Se les explico la equivalencia de un metro cuadrado en centímetros cuadrados, ya que ningún estudiante pudo deducirlo, se destaca que a la fecha de esta actividad los estudiantes no tienen conocimiento sobre área y como calcularla.

Es importante destacar que varios estudiantes preguntaron como escribir un metro cuadrado, y cuando ya habían marcado su metro le informaban a los demás como se hacia.

En este video (Herazo, 2016, Video 8V) se explica la actividad del metro cuadrado, los estudiantes están en silencio en mesa redonda. En este video (Herazo, 2016, Video 9V) se indaga si los estudiantes saben que es un metro cuadrado, en la actividad inicial se había hecho esta pregunta y no sabían, en la actividad de nociones se había tomado

nota, pero este concepto no se aprendió aunque todos escribieron su definición, las respuestas dadas son:

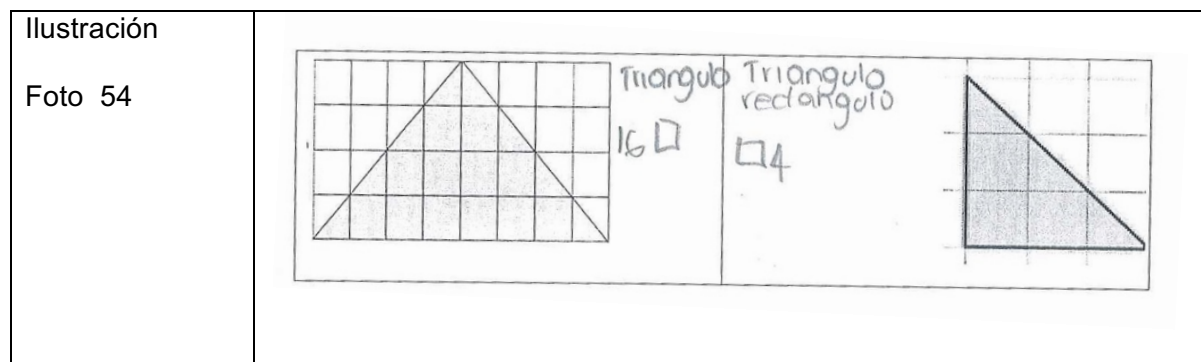
1. Algunos estudiantes dan una respuesta correcta sobre la pregunta ¿Qué es un metro cuadrado? un cuadrado que por cada lado mide 1m los tres estudiantes están juntos y parece que dos repitieron lo dicho por la primera estudiante.
2. La mayoría responden que no saben, aun se nota en los estudiantes pena cuando se graban las actividades.
3. Un metro cuadrado es un cuadrado que sus aristas miden un metro.
4. Un estudiante escucha música con audífonos para responder debe ser tocado en el brazo por una compañera, cuando escucha la pregunta responde que un metro cuadrado es el cuadrado de un área.
5. Un metro cuadrado es un cuadrado que tiene partes iguales
6. Un metro cuadrado es como venden una finca, es la zona.
7. Un metro cuadrado es como le venden una casa, este estudiantes esta sentado junto al que dio la respuesta anterior.

Han terminado de construir los metros cuadrados (Herazo, 2016, Video 10V) se hicieron en parejas y todos los metros cuadrados están ubicados en el suelo del salón, los estudiantes están en mesa redonda. Los estudiantes están tranquilos, en silencio, expresan con toda serenidad y tranquilidad que es un metro cuadrado, ya no hay dificultad en hacerlo, es decir expresar oralmente y de forma correcta su definición.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad metro cuadrado:

- Los estudiantes no manejan el concepto de área
- Los estudiante a pesar del grado en el que están les cuesta dificultad pasar del lenguaje común al lenguaje matemático, es decir algo que expresan verbalmente no saben como se representa o escribe en matemáticas.
- Hay confusión entre los conceptos lado y arista, no identifican su significado y por ende su uso.
- Algunos estudiantes tienen nociones del uso de un metro cuadrado pero no sabe que es.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 8	Noción de área de figuras planas
Objetivo	Comprender el concepto de área
Tiempo	2 horas
Estudiantes	21
Recursos	Guía de área anexo 14
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B pasillo y patio.
Descripción	En esta actividad se entrega una guía a cada estudiante se le pide observar las figuras, se le indica que cuente los cuadrados dentro de la figura y que responda que superficie tiene cada una y como se podría llamar a esta superficie, se busca que los estudiantes comprendan la noción de área como superficie de una figura dada en unidades cuadradas.



En esta actividad los estudiantes manifestaron que calcular el área en algunas figuras contando era fácil pero que en otros no tanto la figura que les parece mas difícil es el circulo, en esta actividad se pretendía que los estudiantes comprendieran que es el área de una figura. Para esta actividad hubo mucha intervención por parte de la docente investigadora para aclarar la noción de área, para corregir las concepciones equivocadas, cuentas incorrectas y expresiones no matemáticas de nuestra actualidad.

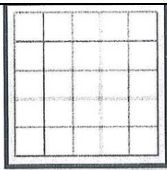
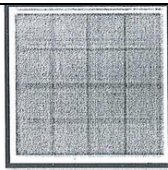
En este video (Herazo, 2016, Video 14V-15V) se indaga si los estudiantes saben que es el área de una figura, se pregunta antes de iniciar la actividad, ellos responden:

1. La mayoría expresa que no sabe que es el área de una figura
2. El área es el largo por ancho
3. El área es la capacidad o espacio que tiene una figura que sea plana o no
4. El área es ancho y alto
5. El área son los cuadrados que puede tener una figura

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad concepto de área:

- Se asocia el concepto de área a como calcularla en el rectángulo.
- No hay claridad entre concepto y formula.

- Los estudiantes no tienen claro el concepto capacidad, piensan que una figura plana tiene capacidad.
- Los estudiantes no tienen claro el concepto superficie y espacio
- Cuentan cuadrados completos y si sobra una parte no lo tienen en cuenta al expresar la cantidad.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 9	Formula área cuadrado y rectángulo
Objetivo	Deducir la formula del área del cuadrado y rectángulo
Tiempo	1 hora
Estudiantes	18
Recursos	Guía formula de área del cuadrado y rectángulo anexo 15
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad se entrega a cada estudiante la guía para la clase, se explica que respondan las indicaciones de forma individual y luego en parejas compartan sus conclusiones.
Ilustración Foto 55	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  <p>Figura: <u>cuadrado</u> Largo: <u>5</u> Ancho: <u>5</u> Cantidad de cuadrados: <u>25</u></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Figura: <u>cuadrado</u> Largo: <u>4</u> Ancho: <u>4</u> Cantidad de cuadrados: <u>16</u></p> </div> </div> <p>¿Cuál fue el procedimiento para saber el total de cuadrados?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los conto uno a uno • De dos en dos • Los agrupo y luego los sumo • Multiplíco • Otro ¿cual? _____ <p>¿Cómo puedo encontrar la cantidad de cuadrados de cualquier cuadrado?</p> <p><u>multiplíco la cantidad de cuadrados que hay de ancho y largo</u></p>

En esta actividad se busca que los estudiantes deduzcan la formula para calcular el área del rectángulo y otros cuadriláteros tales como el cuadrado y el paralelogramo. La actividad es exitosa, rápidamente al contar los cuadrados dentro de cada figura deducen la formula la expresan en las guías y archivan las guías en la Bitácora.

Cuando se esta asesorando el trabajo y observando los apuntes, sobresale el hecho de que los estudiantes no escriben cuadrado en la forma matemática que se representa actualmente ellos simplemente indican dibujando un cuadrado y después el numero o escribiendo el numero y palabras

Foto 57

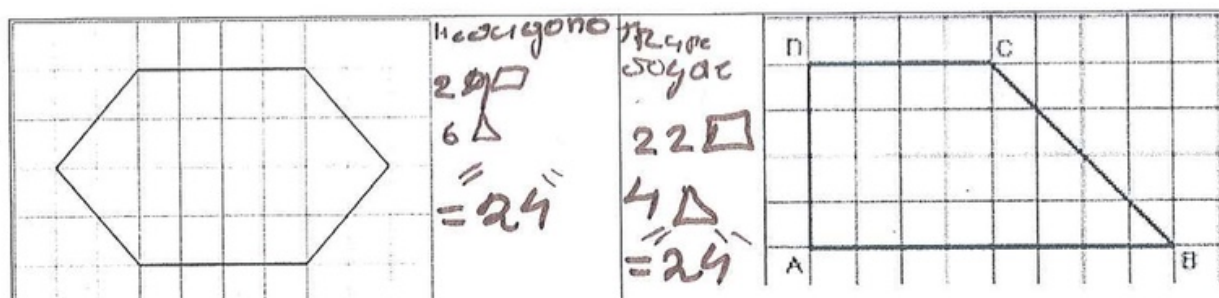
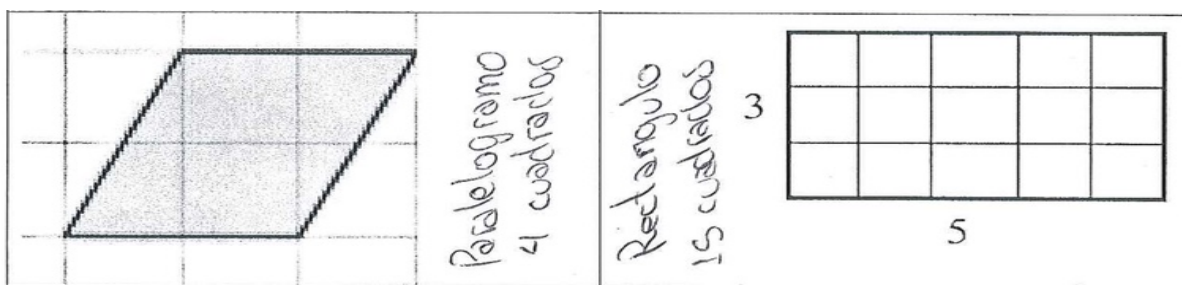
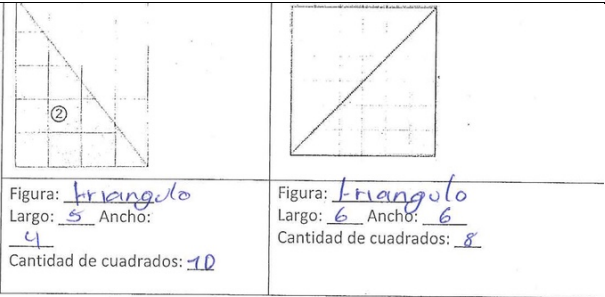


Foto 56



Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad concepto de área del rectángulo:

- La deducción es un buen paso en esta estrategia de aprendizaje pues hace al estudiante un actor principal en el proceso de aprendizaje. No es darle las formulas sino que ellos puedan decir cuales son, que las deduzcan aprendiendo así a observar.
- La representación de cuadrado no corresponde a la representación actual matemática pero es comprensible para ellos.

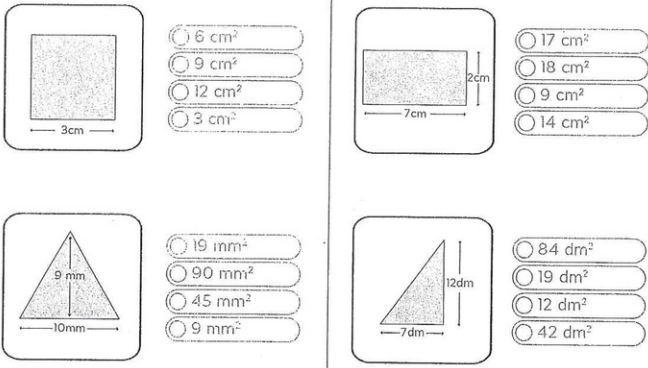
ESTUDIANTES	
Actividad No. 10	Formula del triangulo
Objetivo	Deducir la formula del área del triangulo
Tiempo	1 hora
Estudiantes	23
Recursos	Guía formula de área del triangulo anexo 16
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad se entrega a cada estudiante la guía para la clase, se explica que respondan las indicaciones de forma individual y luego en parejas compartan sus conclusiones.
Ilustración Foto 58	 <p>Figura: <u>triangulo</u> Largo: <u>5</u> Ancho: <u>4</u> Cantidad de cuadrados: <u>10</u></p> <p>Figura: <u>triangulo</u> Largo: <u>6</u> Ancho: <u>6</u> Cantidad de cuadrados: <u>8</u></p> <p>¿Cuál fue el procedimiento para saber el total de cuadrados?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los conto uno a uno • De dos en dos • Los agrupo y luego los sumo • Multiplico • Otro ¿cual? <u>multiplicando y dividiendo por 2</u>

En esta actividad los estudiantes estuvieron receptivos, y lograron deducir la formula mas usada para calcular el área del triangulo, los estudiantes expresaron que todo cuadrado y rectángulo tiene dentro dos triángulos iguales por lo tanto la cantidad de cuadrados que tienen es decir su superficie, su área es la mitad de este así que la formula será largo por ancho dividido dos, se siente muy satisfechos cuando lo expresan y se dicen entre ellos que son muy inteligentes. En este caso sucede igual que en la actividad anterior, cuando escriben los resultados de calcular el área registran el dibujo de un cuadrado y el numero después. Se explica que los matemáticos hace años unificaron como escribir esta expresión y que se escribe diferente.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad concepto de área del rectángulo:

- Hay un análisis para encontrar la formula del área de un triangulo esto hace mas significativo el aprendizaje.
- Los estudiantes se notan contentos y se expresan de forma muy positiva sobre ellos mismos

ESTUDIANTES	
Actividad No. 11	Aplicación de formulas de área triangulo y rectángulos
Objetivo	Usar las formulas de área del triangulo y rectángulos
Tiempo	1 Hora
Estudiantes	21
Recursos	Guía ejercicios para calcular de área del triangulo y rectángulo anexo 17

Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad se entrega a cada estudiante la guía para la clase, se explica que respondan calculando el área de cada figura, luego comparan resultados y se genera un debate para argumentar respuestas y encontrar la correcta.
Ilustración Foto 59	 <p>The illustration shows four geometric figures arranged in a 2x2 grid, each with its dimensions and a set of multiple-choice options for its area.</p> <ul style="list-style-type: none"> Top Left: A square with a side length of 3 cm. Options: 6 cm², 9 cm², 12 cm², 3 cm². Top Right: A rectangle with a width of 7 cm and a height of 2 cm. Options: 17 cm², 18 cm², 9 cm², 14 cm². Bottom Left: A triangle with a base of 10 mm and a height of 9 mm. Options: 19 mm², 90 mm², 45 mm², 9 mm². Bottom Right: A right-angled triangle with a base of 7 dm and a height of 12 dm. Options: 84 dm², 19 dm², 12 dm², 42 dm².

Los estudiantes responden rápidamente la guía con los ejercicios, comentan que están fáciles, cuando se revisan los resultados obtenidos es importante destacar que la mayoría responden de forma correcta, una pequeña parte se equivocan porque piensan que solo se multiplican los valores dados en la figura y que este procedimiento es el mismo para todas la figuras siendo esto un error.

ESTUDIANTE	
Actividad No. 12	Metro cubico
Objetivo	Comprender el concepto de metro cubico
Tiempo	2 Horas
Estudiantes	22
Recursos	Metros cuadrados elaborados por estudiantes
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B

Descripción	En esta actividad por grupos de cuatro estudiantes forman con los metros cuadrados elaborados un metro cubico, luego lo definen y comentan en que situaciones de la vida real se utiliza este concepto.
-------------	---

En esta grabación (Herazo, 2016, Video 11V) se pregunta que es un metro cubico ellos responden:

1. La mayoría manifiesta no saber
2. Se escucha una opinión que no se identifica de quien es y expresa un metro cubico es un metro que por cada lado mide 2m
3. Un estudiante expresa un cuadrado que por todos sus lados mide un 1m
4. Un cuadrado que todos sus lados miden lo mismo
5. Un cubo que por todos sus lados mide 1m
6. Un estudiante expresa que bobo esa es la definición de metro cuadrado
7. Una estudiante dice es utilizado en cualquier cosa de volumen.
8. Un estudiante dice es algo que se utiliza para líquidos.

En esta actividad se explica que es un lado y una arista, pero se percibe con criterio descriptivo que algunos conceptos como arista línea que resulta de la intersección de dos superficies no es comprensible para los estudiantes pues los conceptos con los que se define no los entienden, en este caso los estudiantes no comprenden el termino superficie ni intersección de superficies.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad metro cubico:

- Para los estudiantes lado es igual arista.
- Los estudiantes asocian intuitivamente los líquidos a volumen, existe un error conceptual, una confusión entre volumen y capacidad que es la unidad correspondientes a líquidos, para los estudiantes liquido y volumen es los mismo, volumen y capacidad lo mismo siendo esto un error.
- Los conceptos superficie, planos e intersección no parece ser interiorizado por los estudiantes.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 13	Medición en un Cultivo Hidropónico
Objetivo	Usar el metro lineal y cuadrado en el cultivo hidropónico
Tiempo	2 horas
Estudiantes	22
Recursos	Metro lineal y cuadrado elaborados por los estudiantes, decámetro.
Lugar	Sitio de Construcción Cultivo Hidropónico
Descripción	Para esta actividad los estudiantes debe en el sitio de construcción determinar la cantidad de plástico que se requiere para el cultivo, la cantidad y medida de los palos que formaran la estructura del cultivo, la cantidad de tablas para formar la mesa y todo lo que necesita es decir determinar en una lista las cantidades y medidas de lo requerido para el cultivo.

En esta actividad se utilizó los conceptos vistos anteriormente, el metro lineal, metro cuadrado y metro cúbico se utilizaron para responder a las preguntas de planeación donde se ubicara el cultivo hidropónico.

1. Metro lineal ¿Cuánto deben medir los palos que se requieren para la estructura del invernadero donde estará el cultivo hidropónico?
2. Metro cuadrado ¿Cuánta lona verde se debe comprar para cubrir paredes del invernadero ¿Cuánto plástico se requiere para el techo del invernadero?
3. Metro cuadrado ¿cuántas tablas necesito para armar un metro cuadrado que será el soporte del cultivo, si cada tabla mide 240cm de largo y 25cm de ancho?

La actividad de medición tuvo tres momentos:

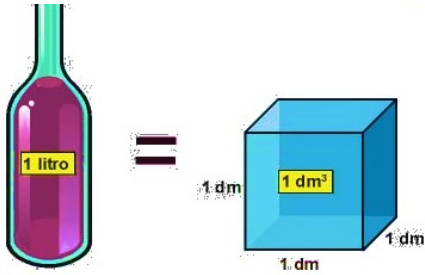
Primero: Se utilizaron decímetros y metros lineales para medir el sitio donde iría el invernadero en una actividad extra clase, asistieron algunos estudiantes con mucho ánimo aquellos que tenían como rol, constructores.

Segundo: Al día siguiente en clase respondieron a las preguntas sobre los materiales en cuanto a medida y cantidad. Estuvieron muy motivados, participaron se creó polémica, algunos aproximaron otros hicieron cuentas, dieron valores diversos y al final se consolidó un dato para la compra.

Tercero: El grupo de estudiantes que tuvieron como rol constructores verificaron el dato final, utilizaron los materiales, y construyeron el invernadero, esta actividad fue en horario extra clase, asistieron puntualmente con gran disposición.

Estos son los aspectos más sobresalientes en la actividad uso medición cultivo hidropónico:

- Los estudiantes vieron la necesidad de los conceptos matemáticos en una situación real, en este caso el proyecto cultivo hidropónico
- Los estudiantes ven la aplicación de los temas a situaciones de la vida real. Área y la cubierta del invernadero.

ESTUDIANTE	
Actividad No. 14	Concepto de volumen espacio ocupado
Objetivo	Comprender el volumen como espacio ocupado
Tiempo	2 horas
Estudiantes	20
Recursos	Cartulina, regla, lápiz, metro lineal, cinta, bolsas, botella de gaseosa litro y agua.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B y Patio
Descripción	En esta actividad cada estudiante construyen un decímetro cubico y se le pregunta si el espacio que ocupa será el mismo que el de un litro de agua.
Ilustración	

En esta actividad los estudiantes querían rápido demostrar que un litro de agua no ocupaba el mismo espacio que un decímetro cubico, es decir que un litro no puede estar

dentro de un cubo tan pequeño como un decímetro cubico. Los estudiantes se ven sorprendidos cuando se dan cuenta que un decímetro cubico ocupa el mismo espacio que un litro, la docente investigadora explican las unidades de capacidad, sus diferencias y semejanzas con las unidades de volumen. Los estudiantes comentan que los experimentos les ayudan a comprender, a tener una percepción correcta y real de vida, que todas las clases deberían ser así y que de aquí en adelante no se van a olvidar.

En esta grabación (Herazo, 2016, Video 23V) muestra el experimento realizado por dos estudiantes sobre volumen como espacio ocupado, con una botella de pony Malta y el contenido de un vaso desechable.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad volumen espacio ocupado:

- El entusiasmo en el desarrollo de experimentos
- La poca aproximación de los estudiantes a cantidades como el litro y el decímetro cubico en comparación de espacio ocupado.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 15	Concepto de volumen espacio no ocupado
Objetivo	Comprender volumen como espacio no ocupado
Tiempo	2 horas
Estudiantes	19
Recursos	Cubos en origami elaborados por los estudiantes y cajas vacías.
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad por parejas graban un video sobre que volumen tienen ciertas cajas vacías que se llevan a clase, lo

	hacen con los cubos en origami que elaboraron donde cada cubo equivale a un decímetro cubico.
--	---

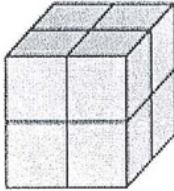
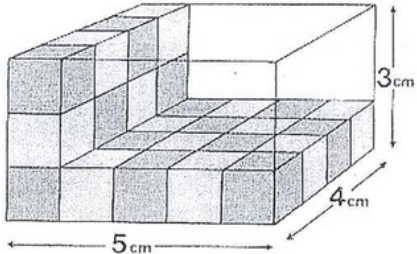
En esta actividad los estudiantes estuvieron muy motivados disfrutaron de grabar y lo que al inicio de del proyecto fue un aspecto negativo se convirtió en una herramienta de aprendizaje.

En la grabación (Herazo, 2016, Video 21V) sobre el espacio en decímetros cúbicos que ocupa una caja que en la vida real equivale a 12 cajas de leche de 1 litro. En la grabación (Herazo, 2016, Video 22V) dos estudiantes hablan sobre el espacio en decímetros cúbicos que ocupa una caja que en la vida real esta ocupada por empaques de gelatina.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad volumen espacio no ocupado:

- La grabación se convirtió en una herramienta de gran interés para el aprendizaje.
- La expresión verbal es un buen indicio de aprendizaje
- El volumen como espacio no ocupado es un tema útil en la vida cotidiana

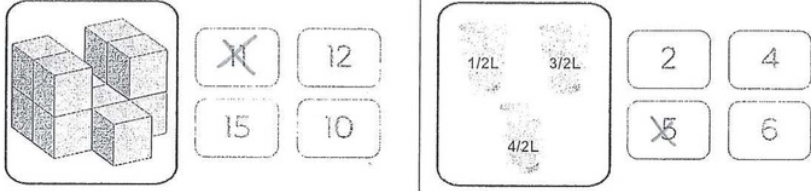
ESTUDIANTE	
Actividad No. 16	Formula volumen ortoedros
Objetivo	Deducir la formula del volumen de un ortoedro
Tiempo	1 hora
Estudiantes	15
Recursos	Guía de formulas ortoedros anexo 18
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B

Descripción	En esta actividad los estudiante reciben la guía siguen la indicaciones y deducen la formula de volumen para los ortoedros, toman nota en sus guías y archivan en sus bitácoras.	
Ilustración Foto 62	 <p>Figura: <u>cubo</u> Largo: <u>2</u> Ancho: <u>2</u> alto <u>2</u> Cantidad de cubos: <u>8</u></p>	 <p>Figura: <u>ortoedro</u> Largo: <u>5</u> Ancho: <u>4</u> alto <u>3</u> Cantidad de cubos: <u>60</u></p>

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad formula de volumen ortoedros:

- Los estudiantes agrupan las unidades cubicas para determinar el espacio que ocupa un solido.
- Los estudiantes confunden ancho con alto en algunos casos.
- Los estudiantes con gran facilidad deducen que la formula para hallar el volumen consiste en multiplicar largo, ancho y alto.

ESTUDIANTE	
Actividad No. 17	Aplicación formula de volumen ortoedros
Objetivo	Aplicar la formula de volumen de un ortoedros
Tiempo	2 horas
Estudiantes	19
Recursos	Guía formula de volumen de ortoedros anexo 19

Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad los estudiantes reciben su guía y deben responder de forma individual haciendo los cálculos, luego en parejas comparan resultados y argumentan para determinar cual es la respuesta correcta.
Ilustración Foto 63	

Los estudiantes de forma rápida responden a los enunciados de los ejercicios. Luego completan el recuadro de análisis en el cambio del volumen cuando el largo, ancho o alto aumentan o disminuye. Por parejas se graban expresando lo aprendido (Herazo, 2016, Video 24V) dos estudiantes expresan que sucede con el volumen si el ancho, largo o alto se duplican y que pasa si disminuye.

Estos son los aspectos mas sobresalientes en la actividad aplicación de la formula:

- Los estudiantes no suman correctamente fracciones
- La no visibilidad de cubos no impide que expresen el espacio ocupado por un solido, los resultados son correctos.
- Una tabla de resumen de cálculos, permite inferir el comportamiento del volumen de un ortoedro.
- Las actividades de inferir causan gran impacto en los estudiantes y satisfacción cuando logran realizarlas con éxito.

ESTUDIANTE	
Actividad No. 18	Aplicación de formulas
Objetivo	Aplicar las formulas de volumen de diferentes solidos
Tiempo	2 horas
Estudiantes	12
Recursos	Guía formula de volumen anexo 20
Lugar	Aula 1 Sede Colon Grado 9B
Descripción	En esta actividad los estudiantes reciben su guía y deben responder de forma individual haciendo los los cálculos, luego en parejas comparan resultados y argumentan cual será la respuesta correcta.
Ilustración Foto 64	<p style="text-align: center;">FORMULAS</p> <p style="text-align: center;">PRACTICA DE FORMULAS</p>

Para esta actividad los estudiantes reciben la guía se asustan pero emprenden con disposición la tarea de resolver la guía, trabajan en parejas. Realizan la actividad dos veces pues presentan muchas dificultades, la docente investigadora aclara conceptos y reorienta el trabajo.

Los aspectos mas sobresalientes en la actividad aplicación de la formulas en diferentes solidos.

- Los estudiantes omiten las unidades de medida, solo escriben los números
- Los estudiantes no escriben de forma correcta los exponentes
- Los estudiantes les cuesta dificultad escribir en lenguaje matemático cuadrado
- Los resultados varían mucho, no usan correctamente la calculadora, confunden el punto con la coma, escriben la operaciones completas sin tener en cuenta la jerarquía de las operaciones y el uso de paréntesis.
- Hay una actitud positiva al cambio, no se molestan al ser necesario corregir

ESTUDIANTES	
Actividad No. 19	Concepto de volumen en el cultivo hidropónico
Objetivo	Aplicar el concepto de volumen en el cultivo hidropónico
Tiempo	2 horas
Estudiantes	8
Recursos	Cubiertas de sembrado, arena, agua, mesas, estructura del cultivo Invernadero.
Lugar	Construcción cultivo hidropónico
Descripción	En esta actividad los estudiantes con rol de Control y sembrado en horario de clase y extra clase determinaron el volumen del cultivo hidropónico, espacio de los recipientes para determinar arena del sembrado, distribución en las mesas, cantidad de agua del sembrado, espacio apropiado del cultivo.

Los aspectos mas sobresalientes en la actividad concepto de volumen en el cultivo hidropónico son:

- Los recipientes no traen medidas exactas y el uso de decimales implica un mayor nivel de dificultad
- Calcular el espacio de los recipientes en la mesa se convierte en algo divertido para los estudiantes por la variedad de formas en las que se pueden ubicar.
- Las operaciones para determinar el volumen es decir el espacio donde ira el agua es sencillo argumentan los estudiantes por la forma un ortoedro.
- Ver la utilidad el conocimiento motiva mucho a los estudiantes.

ESTUDIANTES	
Actividad No. 20	Diferencia entre volumen capacidad y peso.
Objetivo	Establecer la diferencia entre volumen capacidad y peso
Tiempo	2 horas
Estudiantes	15
Recursos	Pesa, cubos, panela, recipientes, semillas, Guías fotocopias
Lugar	Salón 12 Sede Colon
Descripción	En esta actividad los estudiantes responden a varias preguntas sobre capacidad, peso y volumen anexo 21, luego se confrontan las ideas previas con preguntas para que descubran y desechen las ideas equivocadas, se hacen en grupos y desarrollan practicas con elementos como recipiente con agua, recipiente vacío, panela, hoja de papel, cubos y pesa, además graban en parejas los aprendido sobre capacidad, peso y volumen .

En esta actividad hubo pocos estudiantes, se realizó en un salón diferente al de 9B pues este salón no estaba habilitado este día por situaciones de aseo. En esta grabación (Herazo, 2016, Video 33V) los estudiantes expresan que los elementos tienen volumen, capacidad y peso y porque. En esta grabación (Herazo, 2016, Video 33V) algunos estudiantes expresan que los elementos tienen volumen, capacidad, peso y porque.

Los aspectos más sobresalientes en la actividad volumen capacidad y peso son:

- Se generan debates académicos con respecto a las percepciones que tienen los estudiantes, defienden sus posturas argumentan.
- Surgen preguntas como si una hoja tiene volumen algunos dicen que no y otros que sí, unos estudiantes argumentan que no porque es una figura plana, otros dicen que sí porque tiene un mínimo de grosor.
- Al final se aclaran las dudas y se concluye que las figuras planas no existen tangibles en nuestro mundo porque cualquier figura sin importar de qué material esté hecha siempre tendrá un grosor así sea mínimo y este grosor le impide ser una figura plana, así pues las figuras planas son abstractas y solo pueden representarse por ejemplo a través de un dibujo.

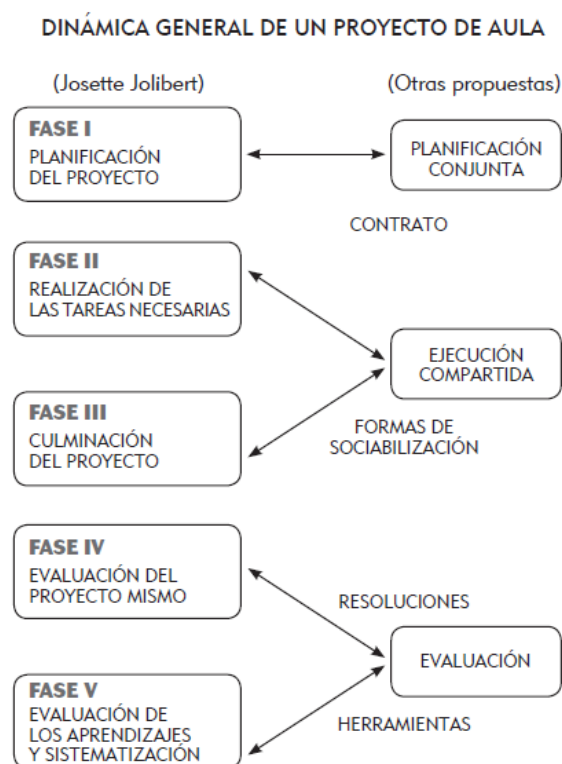
Formulación y presentación del proyecto

La formulación y presentación del proyecto de aula “Construcción de un sistema de cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas” estrategia para el aprendizaje del concepto de volumen se describe a continuación en conjunto con los conceptos básicos que se deben conocer para su formulación.

Un proyecto de aula es una forma de aprendizaje basada en el aprendizaje colaborativo se refiere a metodologías de aprendizaje que incentivan la colaboración entre individuos para conocer, compartir, y ampliar la información que cada uno tiene sobre un tema; El aprendizaje colaborativo se define como una técnica didáctica que promueve el aprendizaje centrado en el estudiante basando el trabajo en pequeños grupos, donde los estudiantes con diferentes niveles de habilidad utilizan una variedad de actividades para mejorar su entendimiento sobre un tema.

El proyecto de aula se desarrolla teniendo en cuenta los siguientes puntos

1. Planificación conjunta
2. Ejecución compartida
3. Evaluación



Planificación Conjunta

Fase I Planificación del proyecto: En esta fase los estudiantes de grado 9B participaron de tres actividades.

1. Socialización Video y charla ¿Qué es un proyecto de aula? ¿fases que contiene un proyecto de aula? ¿Un cultivo hidropónico? ¿Relación con la matemática?

PROYECTO DE AULA	
Actividad No. 1	Socialización del proyecto de aula
Objetivo	Dar a conocer a los estudiantes de grado 9B que es un proyecto de aula, un cultivo hidropónico y debatir su relación con las matemáticas.
Tiempo	4 horas
Estudiantes	21
Recursos	Video Beam, Sonido, Internet
Lugar	Auditorio Sede Colon
Descripción	En esta actividad los estudiantes estuvieron receptivos, les motivo el anexo 22 del cultivo hidropónico, además la idea de participar en un proyecto los hizo sentir importantes, un grupo académicamente bueno porque según ellos son los que eligen para este tipo de proyectos, aceptaron el reto con mucho animo y disposición. Frente al debate sobre si un cultivo tiene relación con la matemáticas de inmediato empezaron a enumerar un lista casi interminable de conceptos matemáticos que se aprenden en este cultivo o que se necesitan para poderlo llevar a feliz termino. Al final de esta actividad asignaron un nombre al proyecto de aula

	<p>eligiendo por mayoría Ecomatematicas, porque el proyecto tiene que ver con plantas es decir según los estudiantes con la Ecología y las matemáticas, se acordaron objetivos general y específico y metodología a manejar en las actividades. Al igual que un pacto de aula de buen comportamiento normas para el desarrollo de la clase sana convivencia y un alto nivel de atención y compromiso en las actividades.</p>
--	--

2. Identificación formación y acuerdo de las bases del proyecto de aula, para esta actividad los estudiantes reflexionaron sobre el problema ausencia del concepto de volumen en los estudiantes de grado noveno, suministraron entonces ideas para construir el objetivo general y específico del proyecto, además se les menciono proyectos de investigación sobre este tema es decir el estado del arte.

PROYECTO DE AULA	
Actividad No. 2	Identificación formación y acuerdo de las bases del proyecto de aula
Objetivo	Dar a conocer a los estudiantes de grado 9B cuales son las bases de un proyecto de aula, identificar el problema, construir el objetivo general y específico del proyecto de aula, al igual conocimiento sobre el estado del arte.
Tiempo	2 horas
Estudiantes	23
Recursos	Video Beam, Sonido, Internet
Lugar	Auditorio Sede Colon

Descripción	<p>Identificación del problema: Los estudiantes de grado noveno, reconocen que la ausencia de formación en particular en Geometría es un factor determinante en el mal desempeño en las pruebas estandarizadas saber 9º.</p> <p>Objeto Matemático: Concepto de Volumen</p> <p>Objetivo General: Diseñar y construir un cultivo hidropónico y en su desarrollo estudiar el concepto de Volumen.</p> <p>Objetivo Especifico: Participar activamente en actividades tendientes a mejorar el concepto de volumen.</p> <p>Estado del arte: Conocer trabajos desarrollados en torno al aprendizaje del concepto de volumen en otros lugares de Colombia y el mundo.</p>
-------------	--

3. Asignación de roles

Todos los estudiantes del grado 9B eligen el rol que cumplirá dentro del proyecto de aula Un cultivo Hidropónico y su relación con la matemáticas Ecomatematicas, para la construir y desarrollo del cultivo se destacan los siguientes roles

- **Constructor:** Estos estudiantes son los responsables de la construcción del sitio, medir, cortar, armar, unir, extender la lona y el plástico, formar las mesas

de sembrado, listado de material y todo lo concerniente a la construcción. Para la asignación de estos roles se tomo en cuenta idoneidad, practica en la vida cotidiana, entusiasmo y compromiso. Los estudiantes en este rol fueron:

- **Calculista:** Estos estudiantes son los responsables de realizar todos los cálculos para la construcción, cantidad de material, lona, plástico, mesas, medida de las mesas, cantidad de arena, agua, semillas, liquido, químicos, superficie limitada, espacio limitado, todo lo que tiene que ver con los cálculos o cuentas numéricas. Los estudiantes en este rol fueron:
- **Control y sembrado:** Estos estudiantes son los responsables del sembrado, revisión de agua, control de plagas y todo lo concerniente al cuidado del sembrado.
- **Participante General:** Estos estudiantes son quienes desarrollan todas las actividades de aula y practicas para consignar reportes en la bitácora. Este rol es general para todos los estudiantes.

PROYECTO DE AULA	
Actividad No. 3	Asignación de roles
Objetivo	Dar a conocer los roles que se desempeñan en el proyecto construcción del Cultivo Hidropónico.
Tiempo	2 horas
Estudiantes	20
Recursos	Video Beam, Sonido, Internet,
Lugar	Auditorio Sede Colon

Descripción	En esta actividad los estudiantes estuvieron muy contentos se genero gran debate porque la mayoría de hombres quería participar como constructores, los roles que se asignaron fueron Constructor, Calculista, Control y sembrado y Participante General.
-------------	---

- Tabla asignación de roles de los estudiantes 9B

LISTADO 9B CON ROLES POR ESTUDIANTE				
No.	APELLIDOS Y NOMBRE		ROLES	
1	AGUDELO M.	SANTIAGO	Participante G.	Calculista
2	ARBELAEZ B.	CRISTIAN C.	Participante G	Constructor
3	CAICEDO OLAYA	JUAN CAMILO	Participante G.	Constructor
4	CAMPOS VARON	VICTOR M.	Participante G	
5	CONTRERAS S	JESSICA T.	Participante G.	Control Sembrado
6	DURAN MARIN	JUAN S.	Participante G	
7	FLORES A.	YEREMY	Participante G.	
8	GRANADOS B.	CARLOS A.	Participante G	Constructor
9	GUARIN C.	JUAN A.	Participante G.	Control sembrado
10	HERNANDEZ A.	JUAN CAMILO	Participante G	Constructor
11	HOYOS OSPINA	JULIAN D.	Participante G.	
12	LASSO CORREA	KATHERINE L	Participante G	Calculista

13	LOPEZ TEJADA	JHONATAN S	Participante G.	Constructor
14	MESA ZAPATA	LUZ MARINA	Participante G	
15	OLAYA G.	DANIELA	Participante G.	
16	PIZARRO E.	BRAYAN D.	Participante G	Constructor
17	QUICENO G.	KAREN M.	Participante G	Calculista
18	RAMIREZ B.	ALEJANDRA	Participante G.	
19	RAMIREZ C.	JESUS F.	Participante G	Control sembrado
20	RAMOS B.	SERGIO	Participante G	Calculista
21	TAPASCO B.	RAUL	Participante G.	Control sembrado
22	TUBIO CASTRO	JUAN M.	Participante G	Calculista
23	VELASQUEZ	JUAN PABLO	Participante G.	Constructor
24	VILLEGAS	LUISA F.	Participante G	Calculista

Ejecución Compartida

Fase II Ejecución de las tareas: En esta actividad se considera tiempo de duración de cada actividad, sitio de desarrollo de las tareas, trayectorias hipotéticas de aprendizaje.

PROYECTO DE AULA	
Actividad No. 4	Tareas
Objetivo	Determinar los aspectos que enmarcan actividades del cultivo hidropónico.
Tiempo	1 horas
Estudiantes	24
Recursos	Video Beam, computador, tablero, marcadores

Lugar	Aula 1 Grado 9ºB Sede Colon
Descripción	En esta actividad se determinaron los tiempos para la actividades, la forma de recolección de datos, , el trabajo colaborativo, el papel del estudiantes, del docente.

Las actividades a desarrollar se clasifican en:

- Construcción del cultivo hidropónico
- Desarrollo de las actividades conceptuales y practicas
- Sembrado, cuidado y sostenimiento

Construcción del cultivo hidropónico

Los estudiantes que eligieron como rol la construcción en horario extra clase diseñaron y construyeron el cultivo hidropónico

Desarrollo de las actividades conceptuales y practicas

Los estudiantes desarrollaron las 20 actividades unas teóricas otras practicas tendientes a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen estas actividades se detallan en la primera parte del objetivo 5 estas son:

Actividades con los Estudiantes	
No.	Nombre de la Actividad
1	Nociones
2	Partes de una figura plana
3	Partes de un cuerpo geométrico

4	Cuerpos Geométricos Construcción
5	Mapa Conceptual
6	Metro lineal
7	Metro cuadrado
8	Noción de Área de figuras planas
9	Formula área Cuadrado y Rectángulo
10	Formula área del triangulo
11	Aplicación de formulas área triangulo, rectángulo y cuadrado
12	Metro cubico
13	Medición en el cultivo hidropónico
14	Concepto de volumen espacio ocupado
15	Concepto de volumen espacio no ocupado
16	Concepto de volumen en el Cultivo hidropónico
17	Formula para volumen de ortoedros
18	Aplicación formula de volumen ortoedros
19	Aplicación de formulas
20	Diferencia entre volumen capacidad y peso

Sembrado, cuidado y sostenimiento

Los estudiantes que eligieron como rol el control y sembrado en horario clase y extra clase tenían como responsabilidad las siguientes tareas, adecuar recipientes, realizar el sembrado, estar pendiente del proceso de crecimiento de la planta, primer y segundo trasplante, nutrientes en el agua, control de plagas y todo el cuidado cada día de agitar el agua, y efectuar las mediciones pertinentes para informar.

Fase III Culminación del proyecto: En esta actividad se ordena, selecciona y clasifica toda la información de las actividades impresas, escritas, practicas, videos, fotografías.

Evaluación del proyecto

Fase IV Evaluación del proyecto: En esta actividad se desarrollan encuestas sobre las actividades y desarrollo del proyecto de aula para estudiantes y profesores. Además se detallan cualitativamente las observaciones generales del proyecto.

Fase V Evaluación de los aprendizajes: La evaluación de los aprendizajes fue oral y practica al lograr desarrollar cada una de las actividades y luego grabar en parejas o individual lo aprendido en video, también se realizo una validación descriptiva de los aprendizajes y al final un test sobre los conceptos aprendidos.

Revisión de las Actividades

En cuanto a la revisión de las actividades adoptadas para la superación de las dificultades encontradas, se tomo un tiempo de asesoría, de envío de actividades para revisión, sugerencias y correcciones pertinentes, también se tomaron algunos tiempos con docentes de matemáticas de la Institución para recibir sugerencias. En los tiempos con docentes los comentarios fueron positivos y no hubo sugerencias de cambios a las actividades u observaciones a la dinámica de estas, lo que se si se presento fue que al elaborar las THA se hizo necesario cambiar de estrategia cuando se aprendían algunos conceptos básicos por ejemplo en el caso de los poliedros la trayectoria hipotética se cambio en tres ocasiones al ver que la dinámica implementada no funcionaba en la

mayoría de los estudiantes y no se veía avance o logro de aprendizaje en cuanto a este concepto, esta percepción se verificaba al preguntar de forma verbal a los estudiantes y ellos no responder de forma correcta.

Validación de las Actividades

Para la Validación de las actividades adoptadas para la superación de las dificultades encontradas se realizó en cada tema una sección de grabación y preguntas constantes donde se aceptaba que había aprendizaje cuando el estudiante podía expresar verbalmente el concepto y lo usaba en un contexto es decir en la actividad práctica (Montes de Oca N. 1998) (Márquez, E. A. J. 2014). Además se realizó una Test final anexo 23 del proyecto donde de manera concreta se pretendió observar si habían mejores resultados que en el test inicial, se comparó haciendo uso de la herramienta Excel y se determinó si habían mejores resultados para asumir que habían logrado comprender ciertos conceptos y así validar las actividades que se desarrollaron como positivas y que posibilitan el aprendizaje del concepto de volumen.

Para analizar los test se menciona la escala de valores del sistema de evaluación de la Institución educativa Cristóbal Colón:

- Sistema de evaluación cuantitativo de 0 a 5, siendo cero la nota mínima y cinco la nota máxima ubicando rangos de valores para los diferentes desempeños
- Los rangos para los desempeños son
 - DBJ Desempeño bajo 0 a 2.9 DB Desempeño básico 3.0 a 3.9
 - DA Desempeño alto 4.0 a 4.5 DS Desempeño superior 4.6 a 5.0

Los dos Test se realizaron a 24 estudiantes del grado 9ºB de la Institución educativa Cristóbal Colon Armenia, sede Colon.

RESULTADOS			TEST	
No.	APELLIDO	NOMBRE	INICIAL	FINAL
1	AGUDELO MARIN	SANTIAGO	0,8	4,9
2	ARBELAEZ BRAVO	CRISTIAN CAMILO	3,8	4,5
3	CAICEDO OLAYA	JUAN CAMILO	3,0	5,0
4	CAMPOS VARON	VICTOR MANUEL	1,5	4,9
5	CONTRERAS SANCHEZ	JESSICA TATIANA	2,3	5,0
6	DURAN MARIN	JUAN SEBASTIAN	2,8	4,2
7	FLORES ARROYAVE	YEREMY	2,2	1,9
8	GRANADOS BAREÑO	CARLOS ADRIAN	2,3	3,6
9	GUARIN CASTAÑO	JUAN ANDRES	2,8	5,0
10	HERNANDEZ ARENAS	JUAN CAMILO	1,5	5,0
11	HOYOS OSPINA	JULIAN DARIO	2,1	4,2
12	LASSO CORREA	KATHERINE LIZETH	2,1	4,9
13	LOPEZ TEJADA	JHONATAN STIWAR	2,2	4,9
14	MESA ZAPATA	LUZ MARINA	2,7	2,9
15	OLAYA GONZALEZ	DANIELA	2,6	1,5
16	PIZARRO ECHAVARRÍA	BRAYAN DAVID	2,9	5,0
17	QUICENO GOMEZ	KAREN MELISSA	2,1	2,9

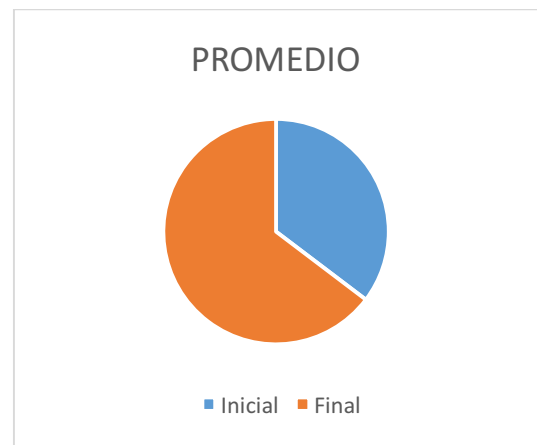
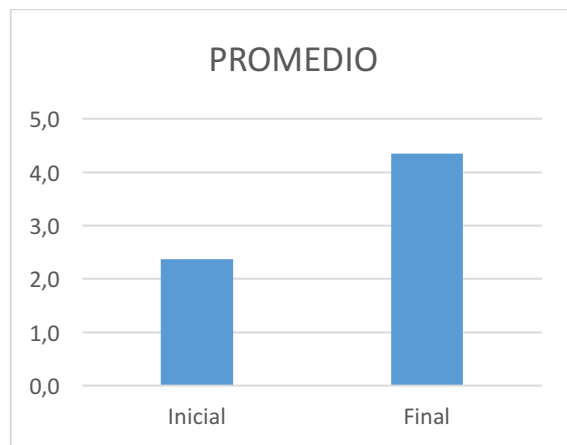
18	RAMIREZ BUSTAMANTE	ALEJANDRA	2,1	5,0
19	RAMIREZ CASTIBLANCO	JESUS FRANCISCO	2,4	5,0
20	RAMOS BORREGO	SERGIO	3,3	5,0
21	TAPASCO BUENO	RAUL	2,1	4,6
22	TUBIO CASTRO	JUAN MANUEL	2,6	4,4
23	VELASQUEZ DOMINGUEZ	JUAN PABLO	2,3	5,0
24	VILLEGAS RUA	LUISA FERNANDA	2,6	5,0

- Estadísticos

ESTADISTICOS	INICIAL	FINAL
Promedio o Media	2,4	4,3
Mediana	2,3	4,9
Moda	2,1	5,0
Q1	2,1	4,2
Q2	2,3	4,9
Q3	2,8	5,0
Varianza	0,36	0,99
Desviación Estándar	0,6	0,99

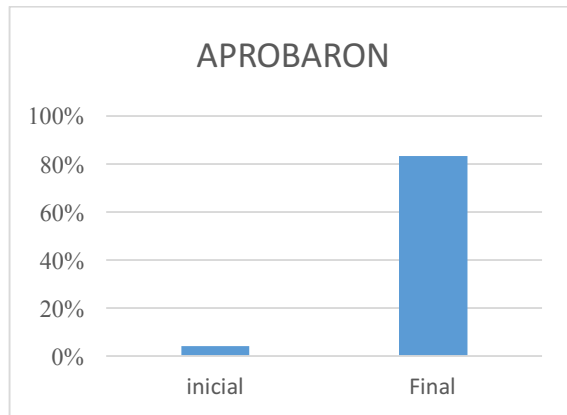
- Promedio

PROMEDIO	
Inicial	2,4
Final	4,3



- Obtuvieron una nota superior a 3.0 es decir aprobaron el Test Final

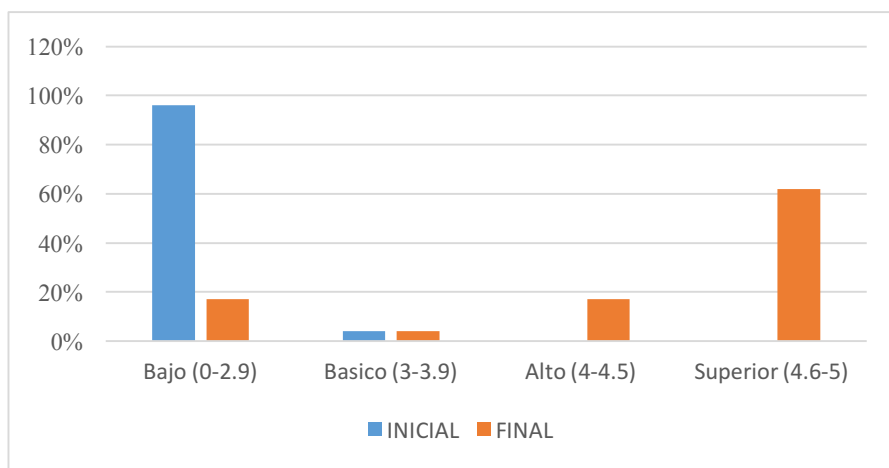
APROBARON	CANTIDAD	PORCENTAJE
inicial	1	4%
Final	20	83%



- Desempeños

DESEMPEÑOS	INICIAL	FINAL
Bajo (0-2.9)	23	4
Básico (3-3.9)	1	1
Alto (4-4.5)	0	4
Superior (4.6-5)	0	15
TOTAL	24	24

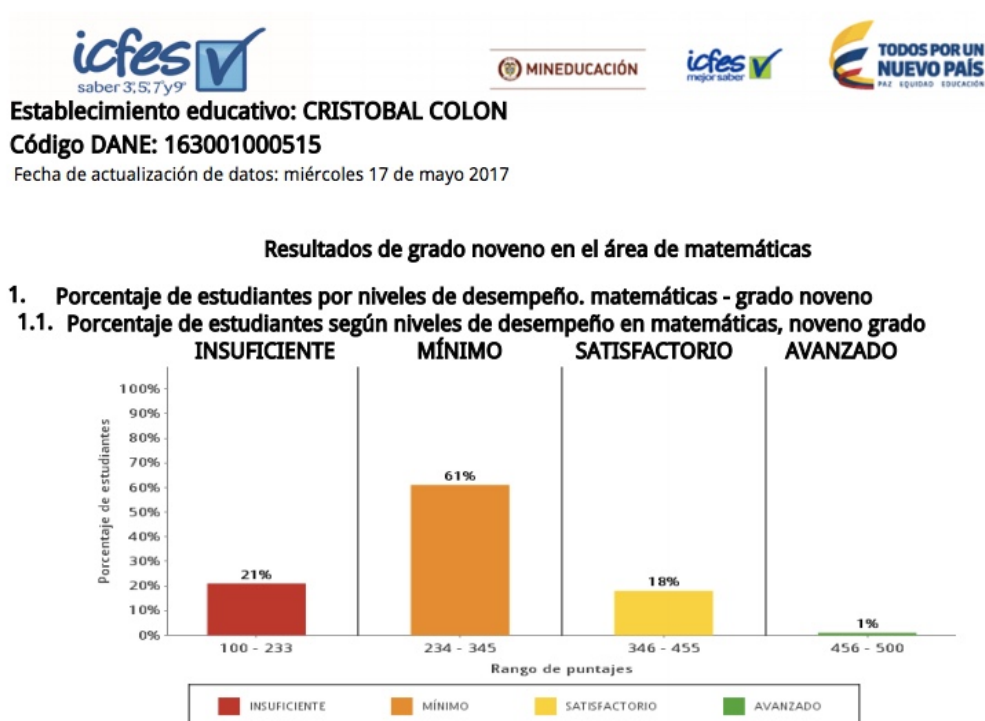
DESEMPEÑOS	INICIAL	FINAL
Bajo (0-2.9)	96%	17%
Básico (3-3.9)	4%	4%
Alto (4-4.5)	0	17%
Superior (4.6-5)	0	62%
TOTAL	100%	100%



Observando los datos Anexo 24 es puede deducir que los resultados mejoraron del test inicial al test final, por lo tanto se podría validar como positivas las actividades desarrolladas en la estrategia un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas, en particular el aprendizaje del concepto de volumen.

Además de esto es posible que el desarrollo de esta metodología aportara el mejoramiento de los resultados pruebas saber 2016 desarrolladas en el mes de septiembre mes donde ya se había iniciado la implementación de la estrategia y donde en el histórico de la institución hubo una mejoría

- Prueba saber 9º Matemáticas 2014



- Prueba saber 9º Matemáticas 2015



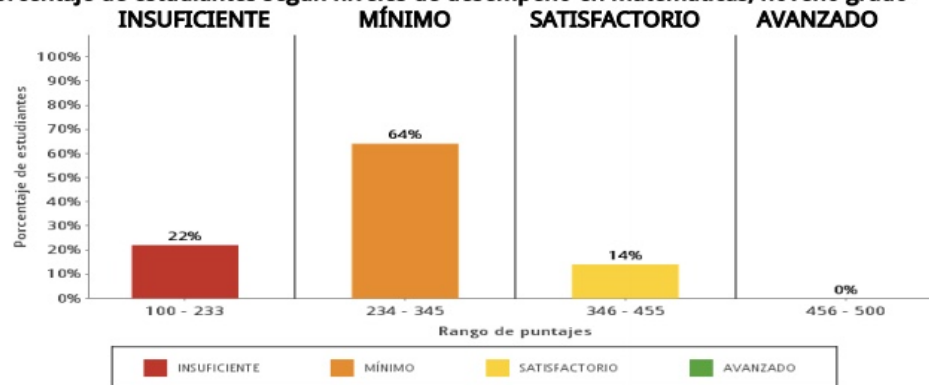



Establecimiento educativo: CRISTOBAL COLON
Código DANE: 163001000515
 Fecha de actualización de datos: miércoles 17 de mayo 2017

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado noveno

1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado



- Prueba saber 9º Matemáticas 2016



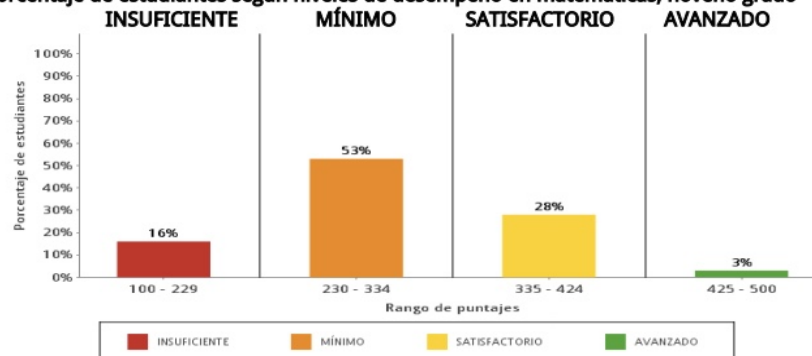



Establecimiento educativo: CRISTOBAL COLON
Código DANE: 163001000515
 Fecha de actualización de datos: miércoles 17 de mayo 2017

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

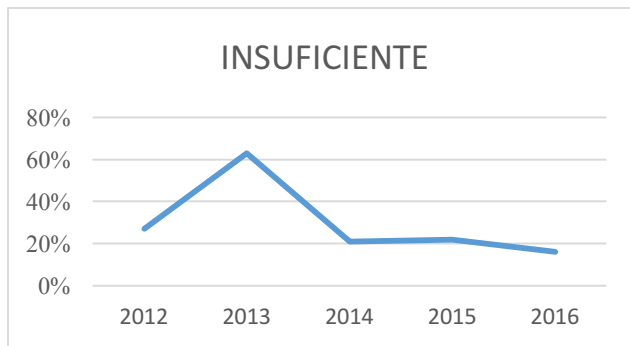
1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado noveno

1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado



- Resultados Históricos 9º Matemáticas Prueba saber IE Cristóbal Colon

AÑO	INSUFICIENTE
2012	27%
2013	63%
2014	21%
2015	22%
2016	16%



Objetivo específico 6

Formular por escrito la metodología que condense la experiencia y que enmarca esta tesis

Este objetivo se logro mediante la implementación de las siguientes actividades

- Revisión y depuración de todo el material recogido durante la investigación que inspiro la presente tesis.
- Formulación de la metodología que posibilite el mejoramiento del aprendizaje del concepto de volumen en Instituciones Educativas que tenga el perfil de la Institución Educativa Cristóbal Colon Sede Colon.

Revisión y depuración de material

Durante toda la investigación se recolectaron, fotos, videos, bitácoras, trabajos elaborados por estudiantes, material diseñado, archivos de Excel, documentos en Word

con descripción de actividades, todo este material se reviso, se etiqueto, se enumero, clasifico, selecciono y escaneo como respectivo anexo en esta tesis.

Formulación de la metodología

La elección del enfoque metodológico escogido para el proceso de investigación, fue la investigación cualitativa por considerarla adecuada para responder a la pregunta y a los objetivos de investigación. Además la construcción de la didáctica fue un proceso continuo de retroalimentación que exigía de la participación activa de la investigadora, el docente asesor de la tesis y los estudiantes de grado 9ºB Institución Educativa Cristóbal Colon sede Colon los cuales conforman la población seleccionada. La metodología en si misma se compuso de las siguientes fases:

Fase de diseño y desarrollo

El diseño y desarrollo de la didáctica consiste en el diseño y construcción de un cultivo hidropónico, trayectorias hipotéticas de aprendizaje y material de actividades para los estudiantes. El diseño de la didáctica se hizo con miras a lograr el aprendizaje estipulado en los derechos básicos de aprendizaje grado noveno correspondiente a Geometría DBA 4 Identifica y utiliza relaciones entre el volumen y la capacidad de algunos cuerpos con referencia a las situaciones escolares y extraescolares. Además en los estándares curriculares de matemáticas que hacen referencia a la parte del desarrollo del pensamiento geométrico al igual que el marco teórico de investigación en matemáticas trayectorias hipotéticas de aprendizaje THA (Simón, 1995).

Dichas etapas se desarrollaron de la siguiente manera:

- Fase de desarrollo de actividades en el aula y retroalimentación: Una vez diseñadas las trayectorias hipotéticas de aprendizaje y el material didáctico se llevo al aula de clase para el proceso de validación enmarcado en un modelo pedagógico de exploración dirigida.
- Fase de sistematización de la información: Una vez recolectadas las experiencias vividas por los estudiantes en cada una de las actividades, se confrontaron los resultados obtenidos en pruebas, posteriormente se organizaron y se presentaron las conclusiones generales de la investigación.

Para el desarrollo de estas fases se realizaron las siguientes actividades

No.	Actividades Metodología
1	<ul style="list-style-type: none">• Diseño de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje• Diseño de las actividades para los estudiantes.
2	<ul style="list-style-type: none">• Desarrollo de las actividades de socialización a directivas• Trámites pertinentes para el sitio de construcción
3	<ul style="list-style-type: none">• Socialización a estudiantes Cultivo Hidropónico y su relación con las Matemáticas proyecto de Aula, roles, responsabilidades• Adecuación Cultivo Hidropónico en la Institución Educativa.
4	<ul style="list-style-type: none">• Desarrollo de Actividades de Aula• Desarrollo de Actividades en espacio Libre
5	<ul style="list-style-type: none">• Opiniones de los estudiantes con respecto a la propuesta• Opiniones de los profesores con respecto a la propuesta

Técnicas de recolección de Información

Las técnicas que se utilizaron para la recolección de información fueron: Encuestas, cuestionarios, observación a los estudiantes por parte de la investigadora, bitácora de estudiantes, Informantes (en el caso de los docentes) y registró por escrito y en video de las actividades. A continuación se relaciona la técnica a utilizar en cada actividad.

Planeación del mecanismo de observación participante

El proceso de recolección de información en cuanto a la observación, será sistemático, orientado entorno a los objetivos propuestos en cada una de las actividades, esta actividades serán guardadas como bitácoras en carpetas individuales por cada estudiante.

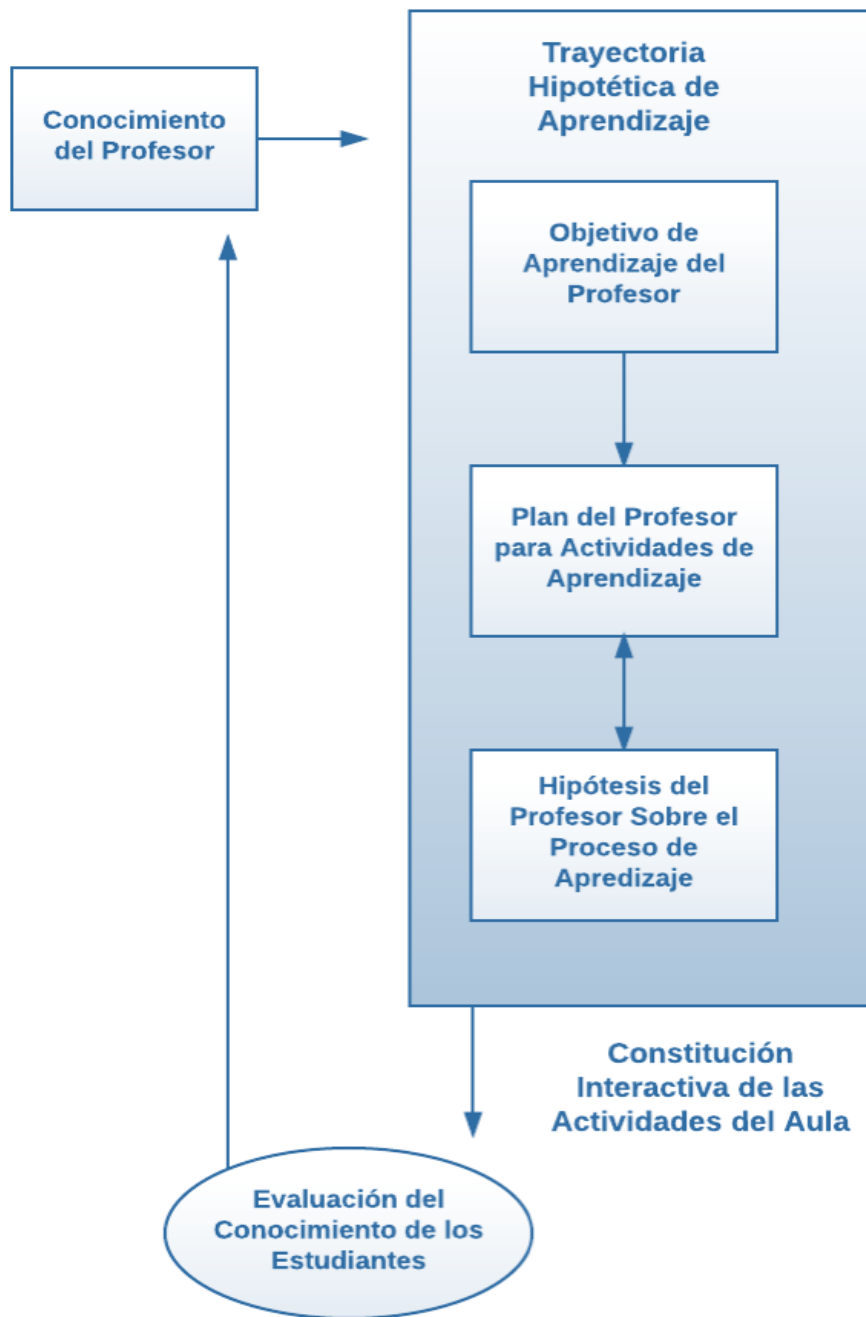
El proceso de observación fue de de 2 meses con una intensidad horaria de 5 horas semanales, con un total de 40 horas. El procedimiento de recolección y análisis de los resultados se hizo llevando por escrito un registro de observaciones, los talleres resueltos por los estudiantes y la filmación de actividades. Se destaca que en todas las actividades la investigadora participo, interactuando con los estudiantes, reuniéndose al finalizar cada sesión para discutir las observaciones.

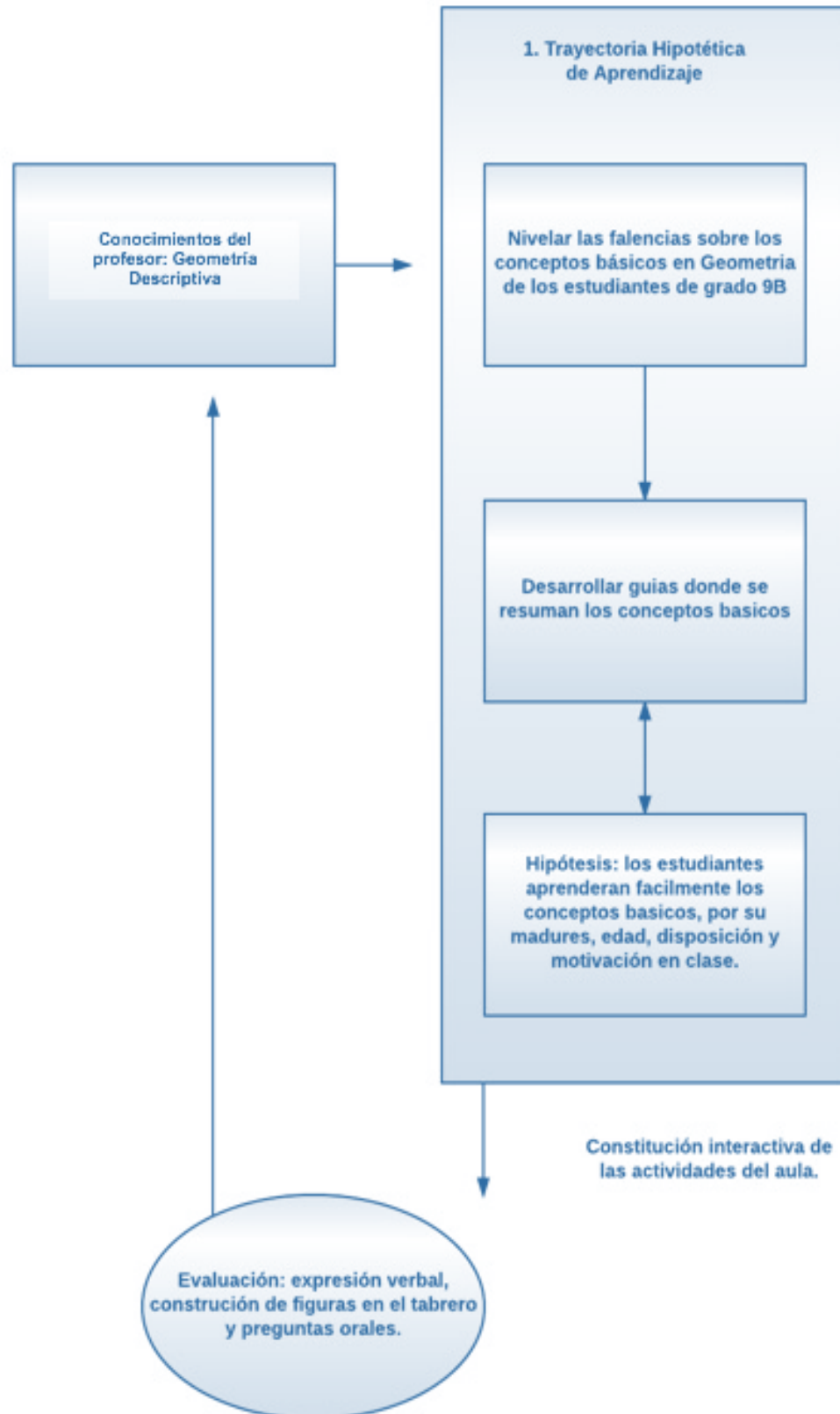
Diseño de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje

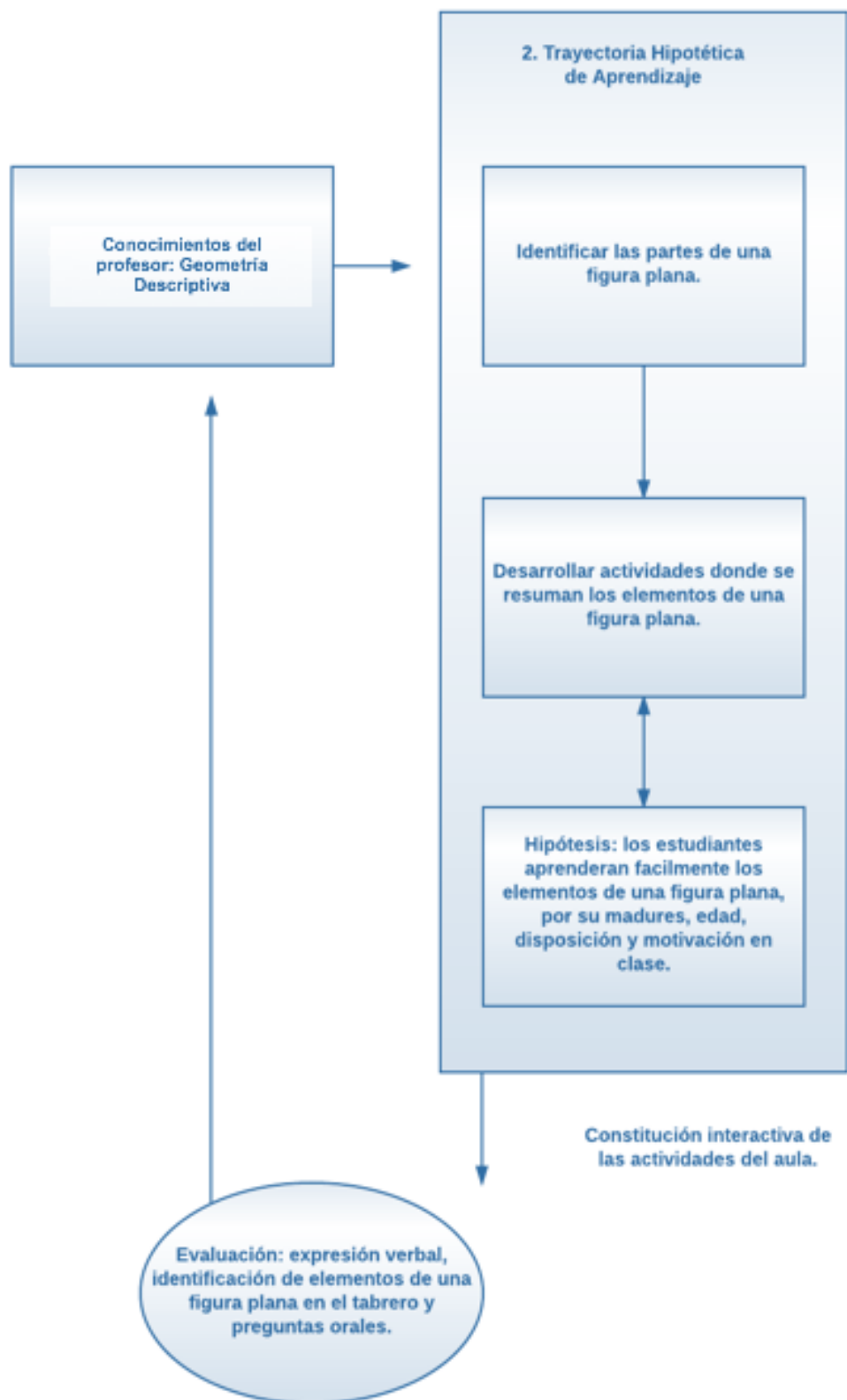
Actividad 1

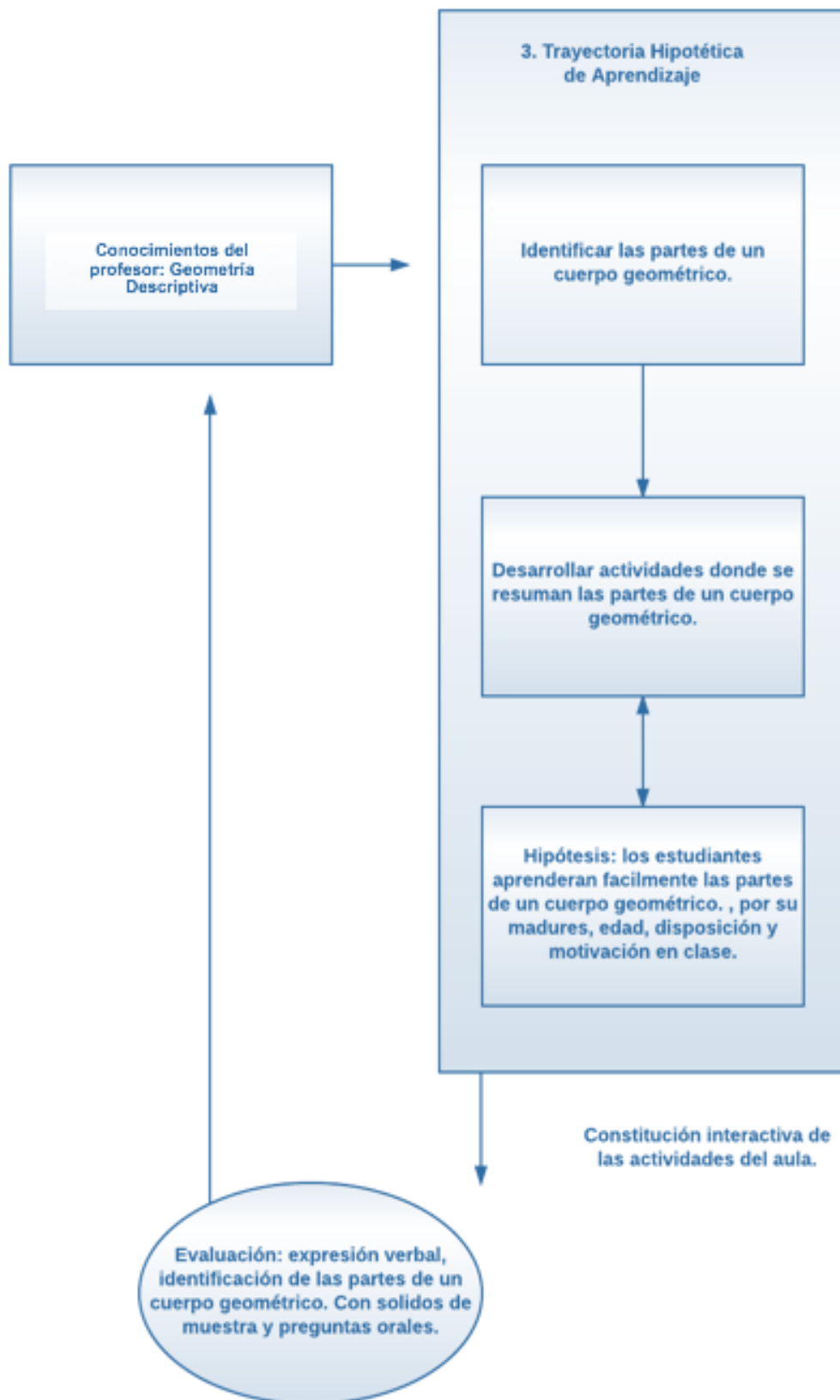
METODOLOGIA	
Actividad No. 1	Diseño de Trayectorias y Actividades para estudiantes
Objetivo	Diseñar las trayectorias y actividades para estudiantes.
Tiempo	30 Días
A cargo	Docente Investigadora
Recursos	Libros 9º Matemáticas Santillana, Vamos Aprender , DBA, Capsulas Educativas Digitales, programa Lucid chart.
Lugar	Colegio
Descripción	Para el desarrollo de estas actividades se consultaron varios referentes teóricos y fue muy importante el diseño de la trayectoria ya que dirigía las actividades de forma ordenada y planeada.

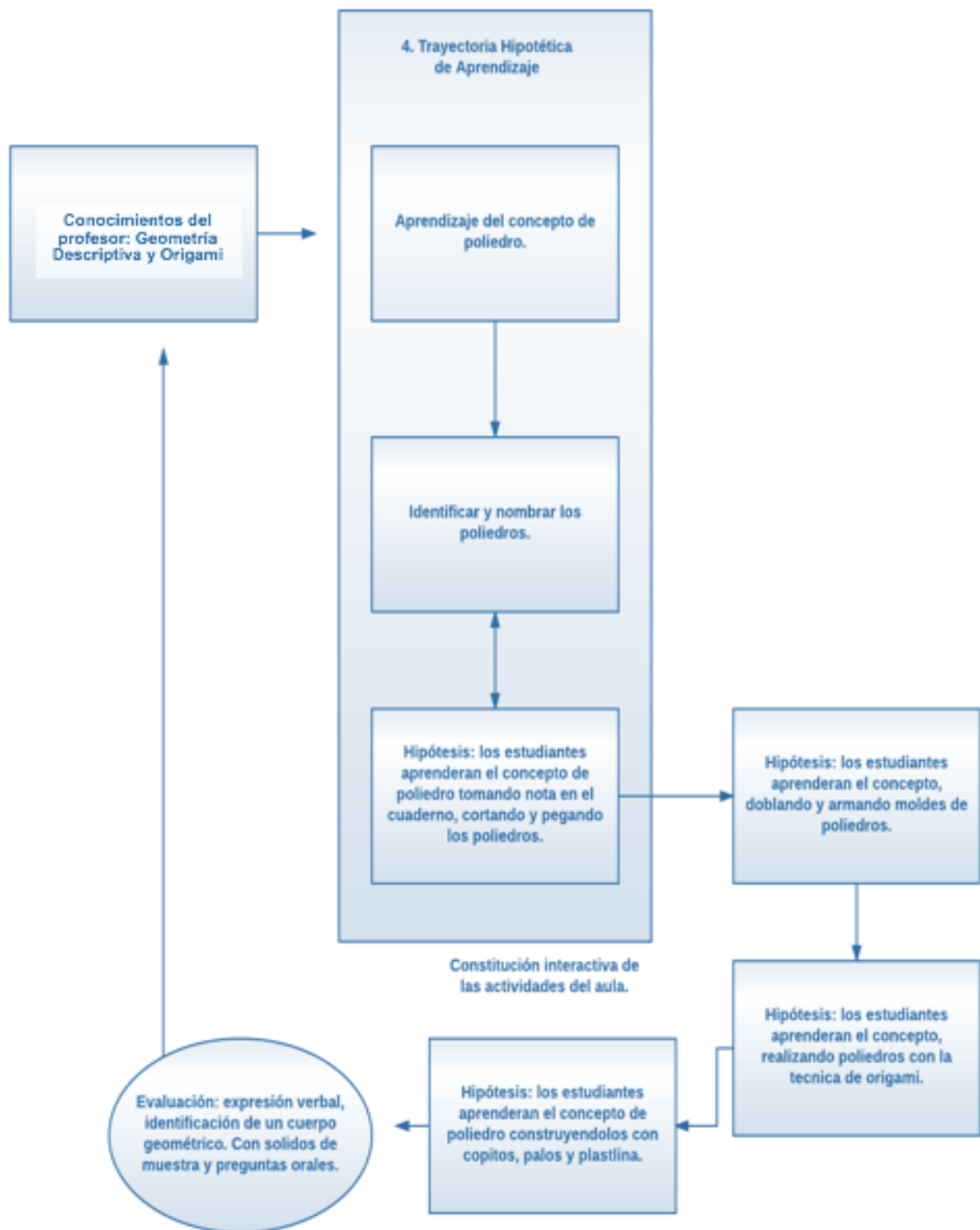
Esta actividad tuvo por objeto diseñar las trayectorias hipotéticas de aprendizaje para orientar la ruta de aprendizaje para cada actividad propuesta y modificarla de ser necesario según el desarrollo en la practica. la figura a continuación presenta los principales elementos que componen la trayectoria hipotética de aprendizaje.

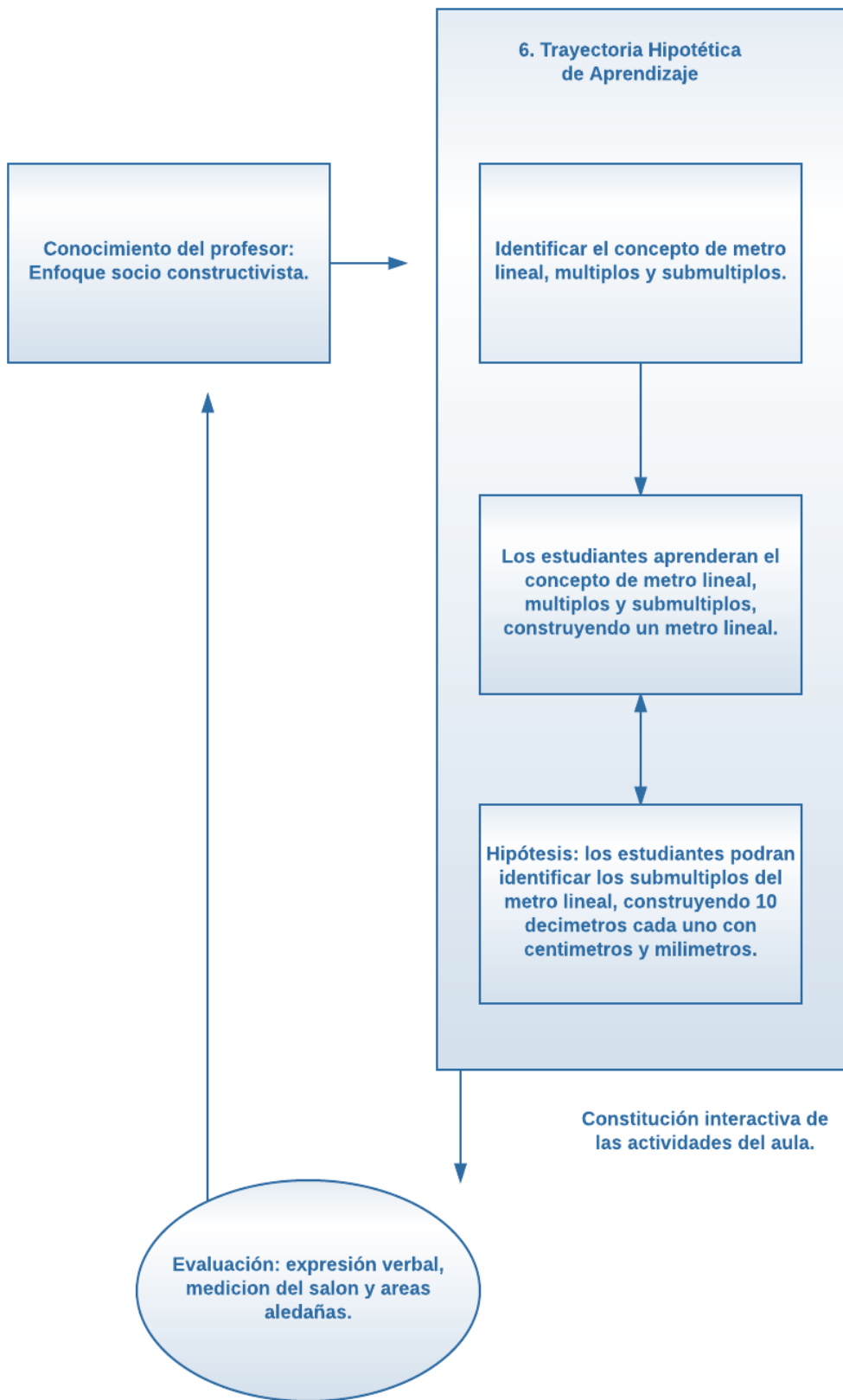


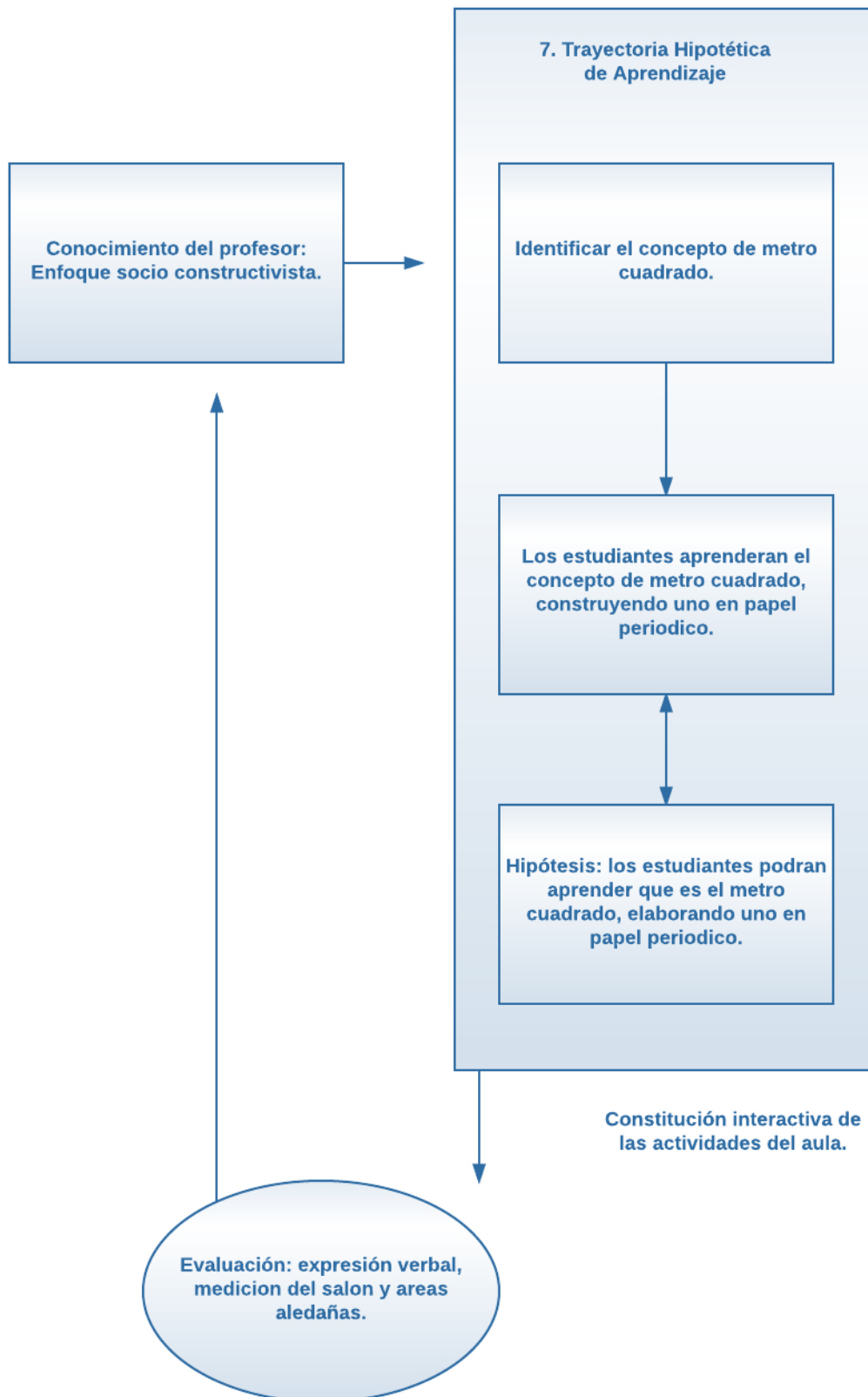


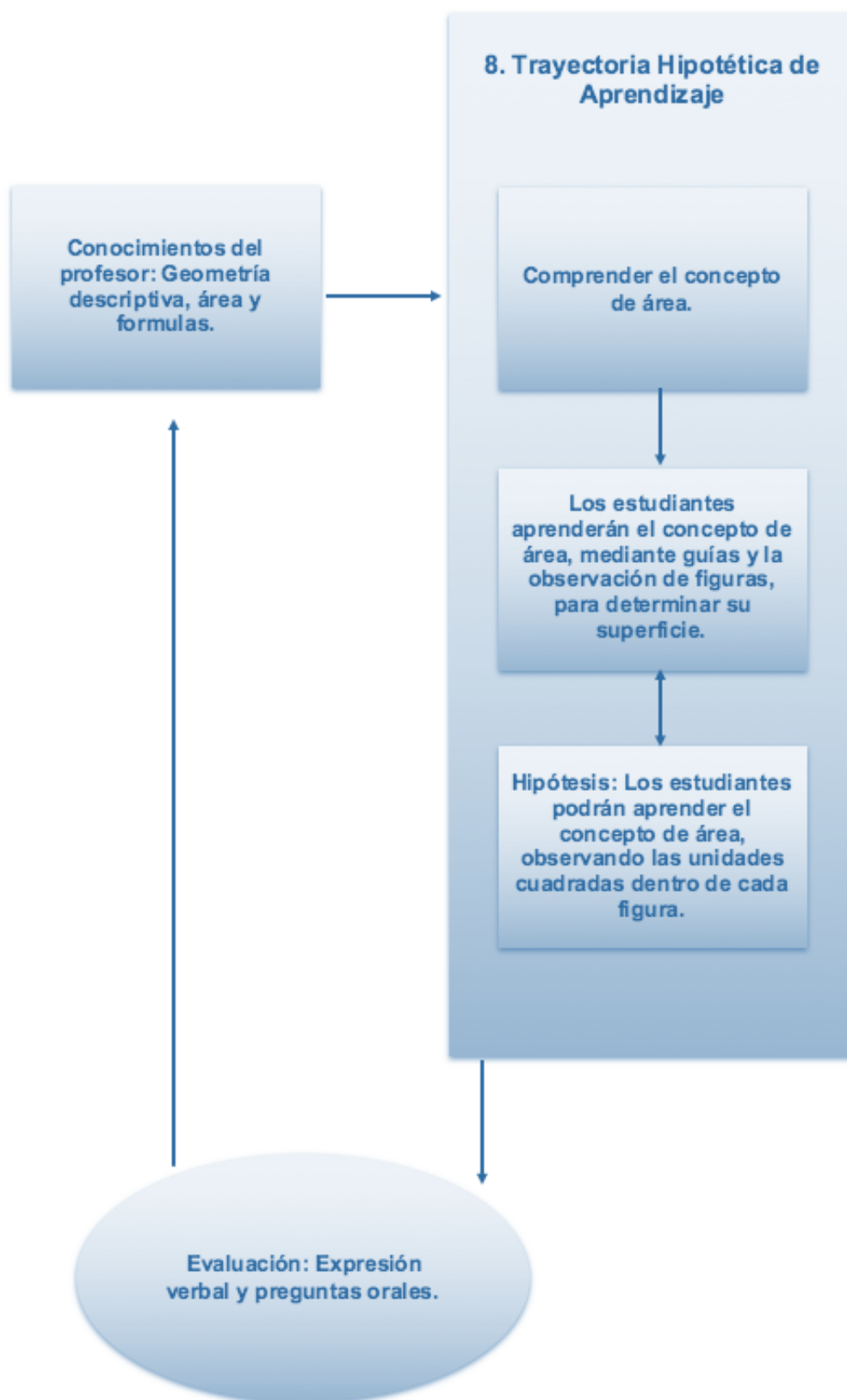


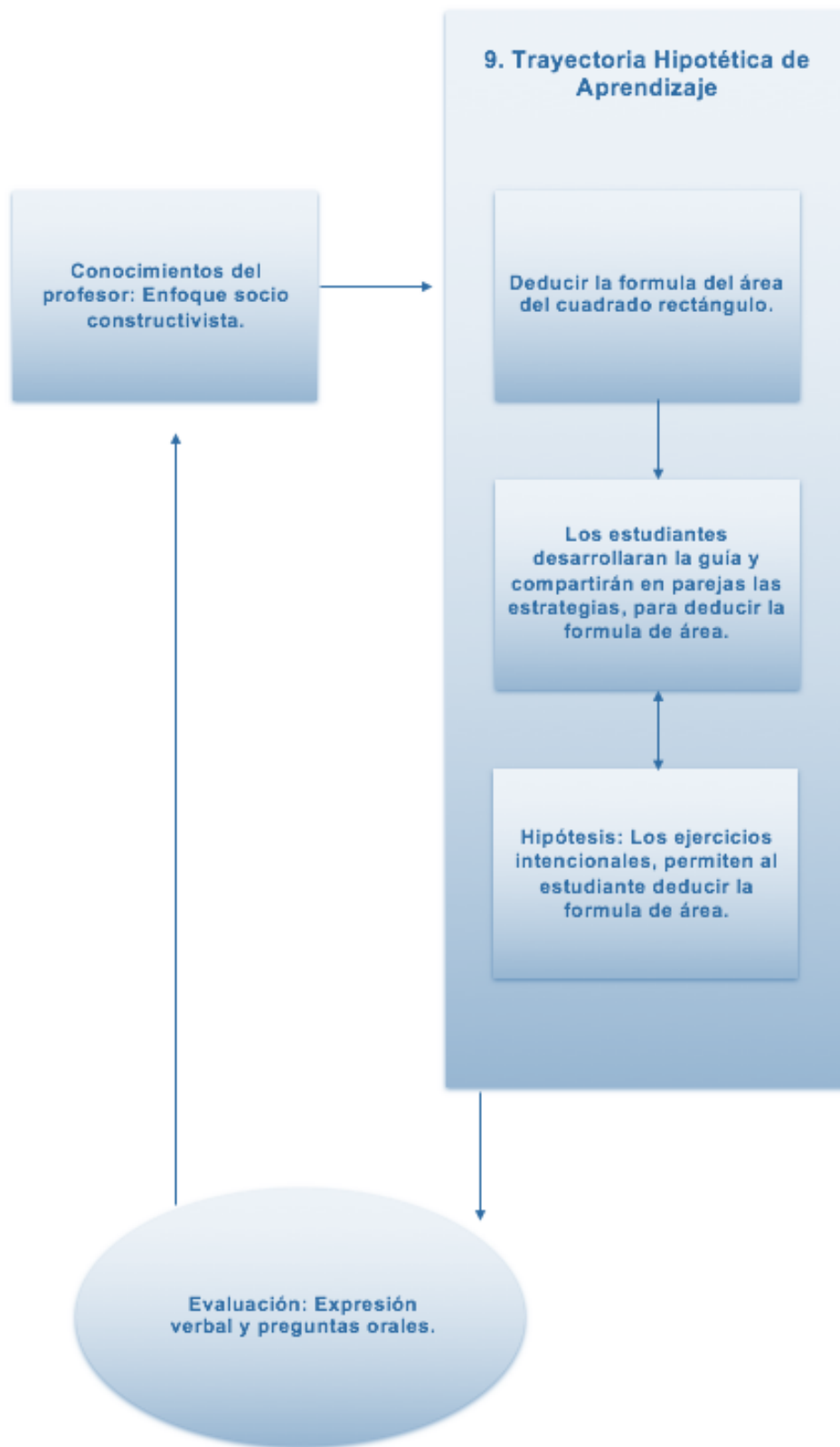


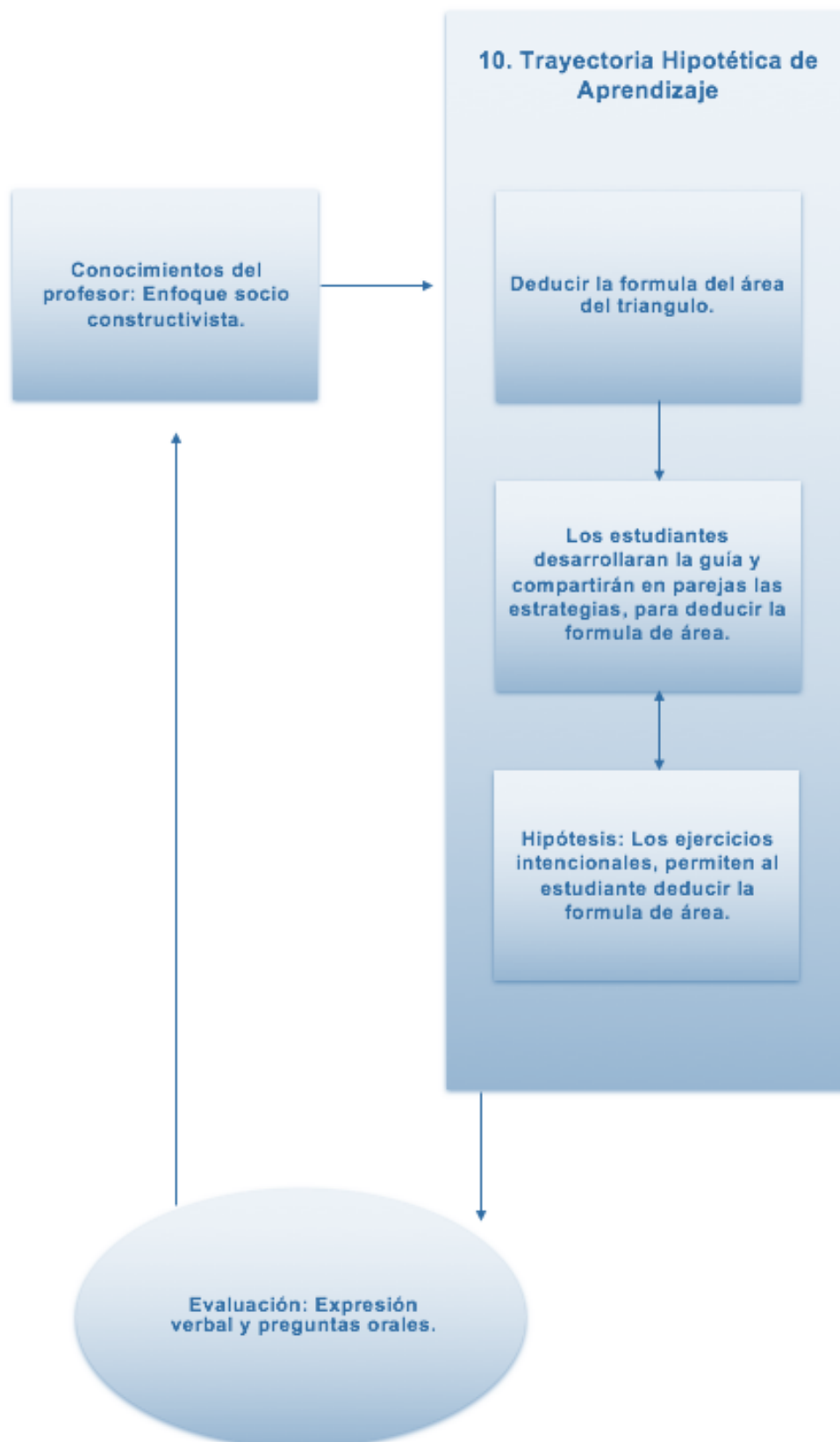


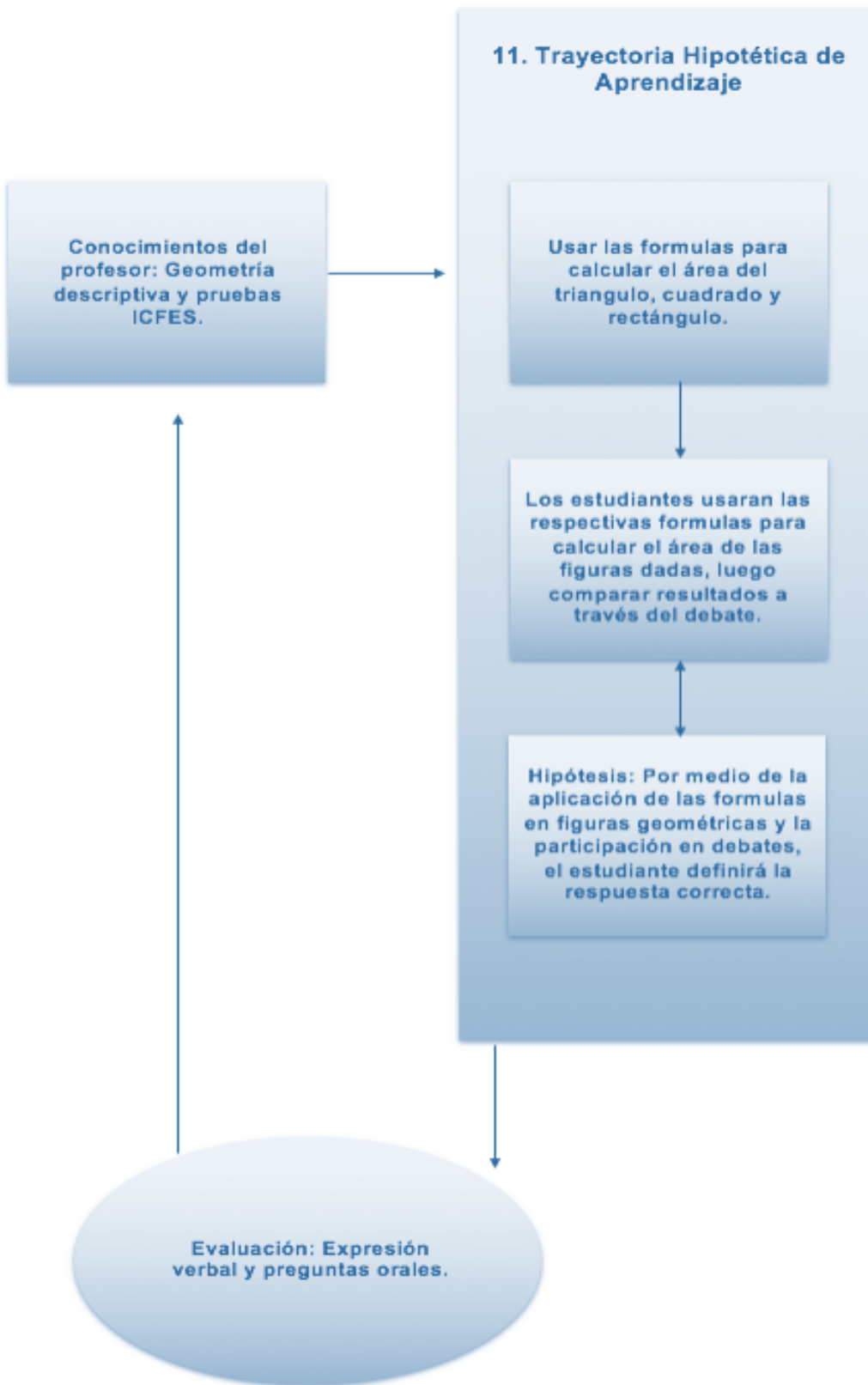


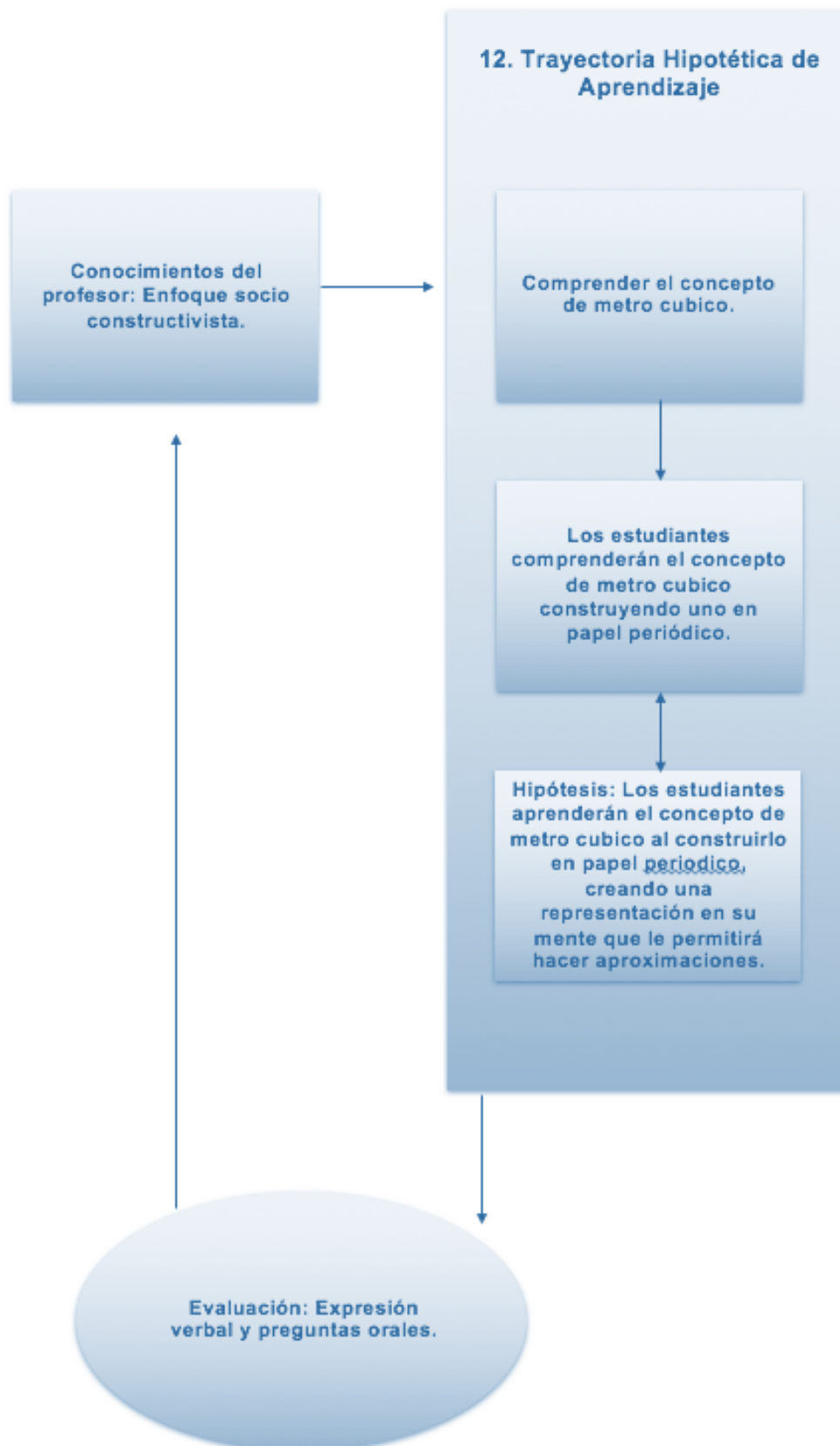


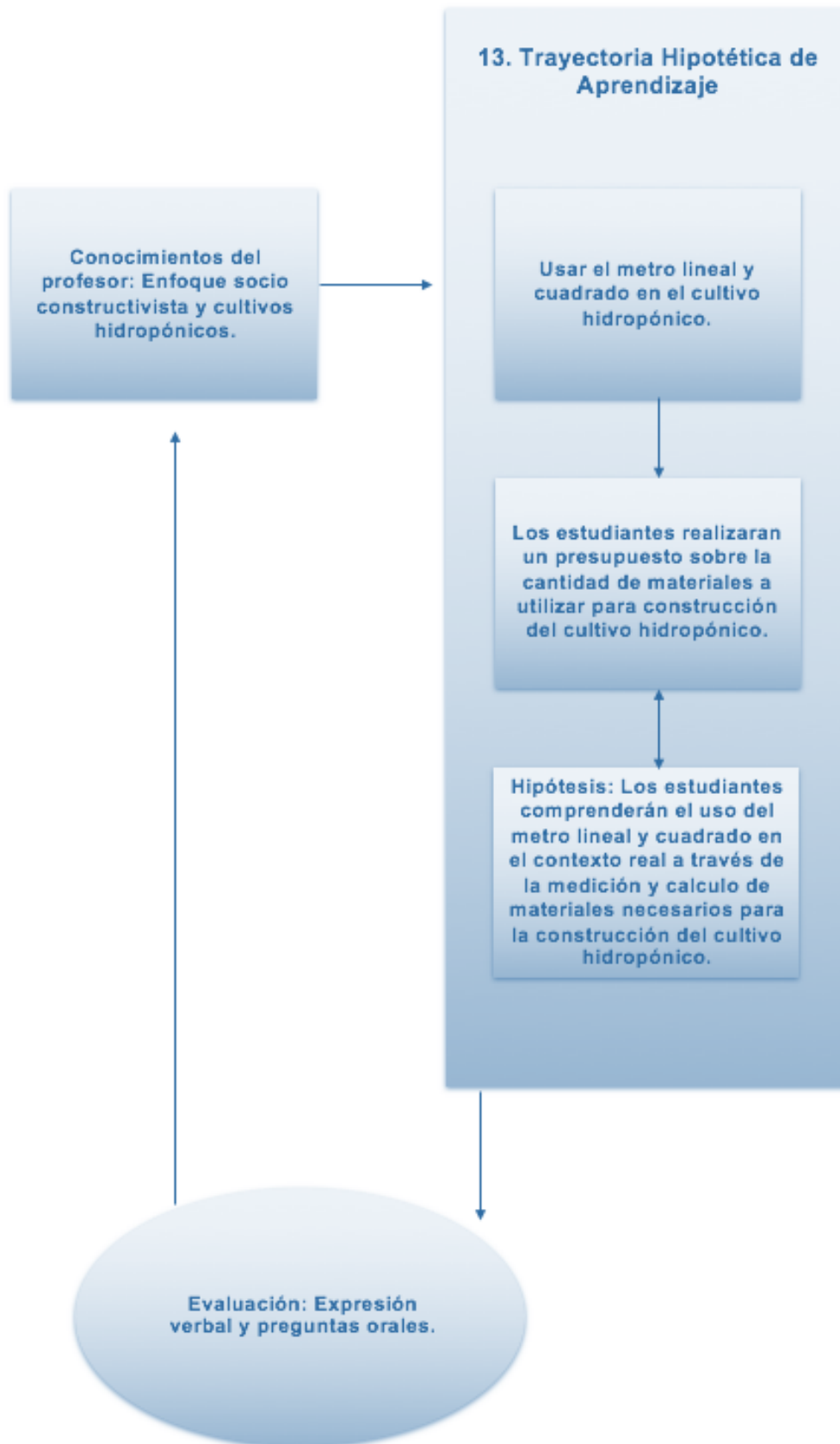


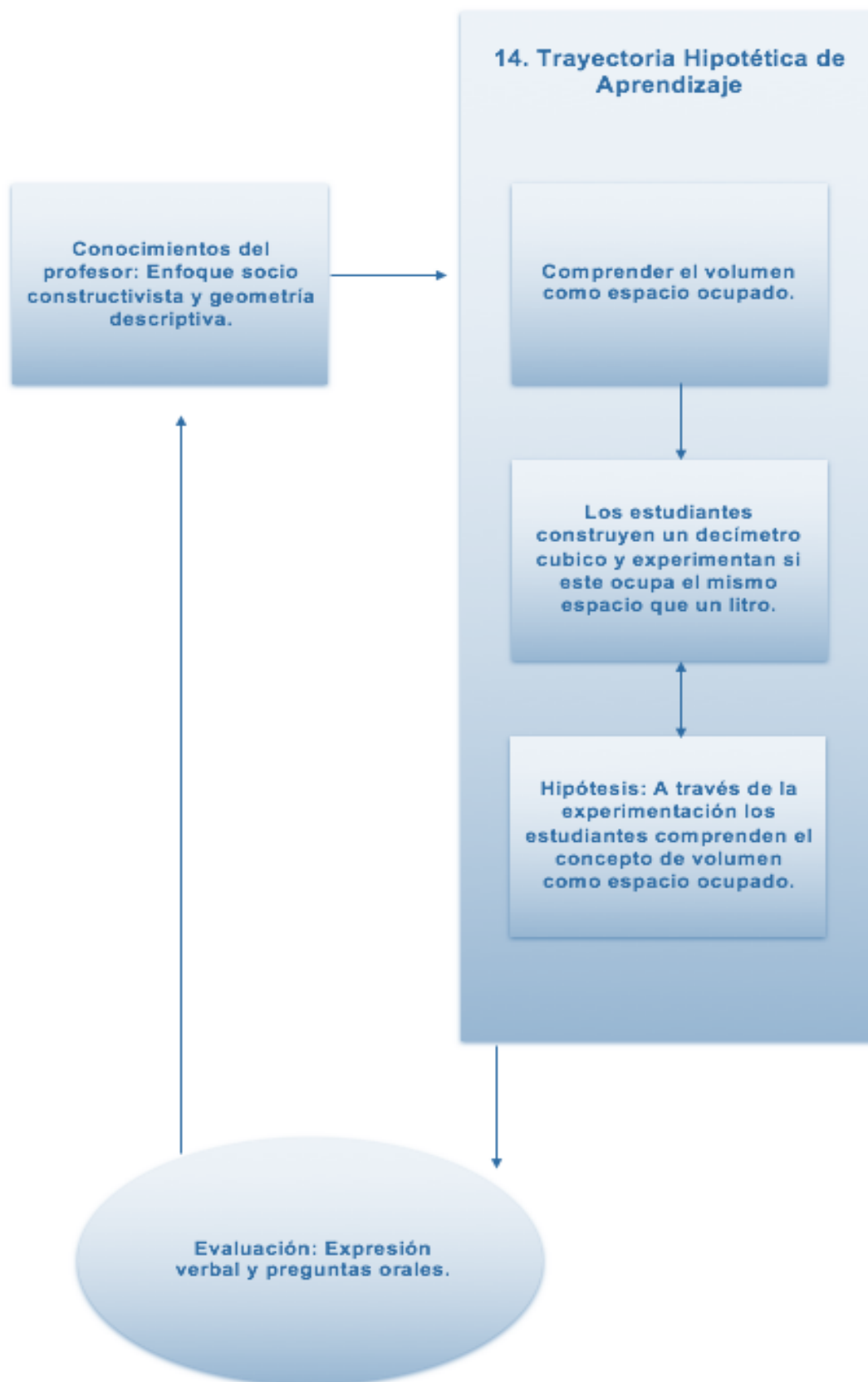


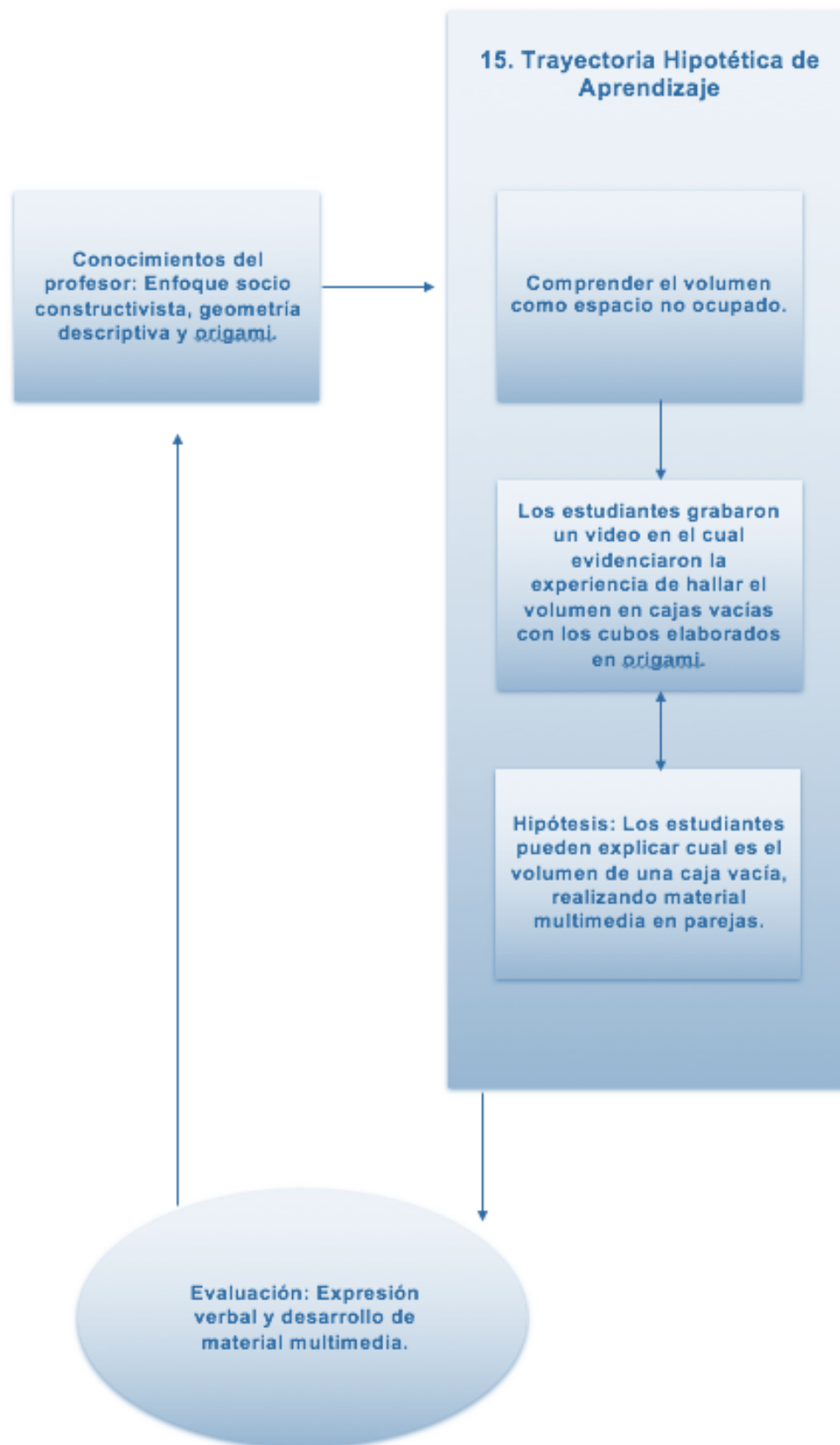


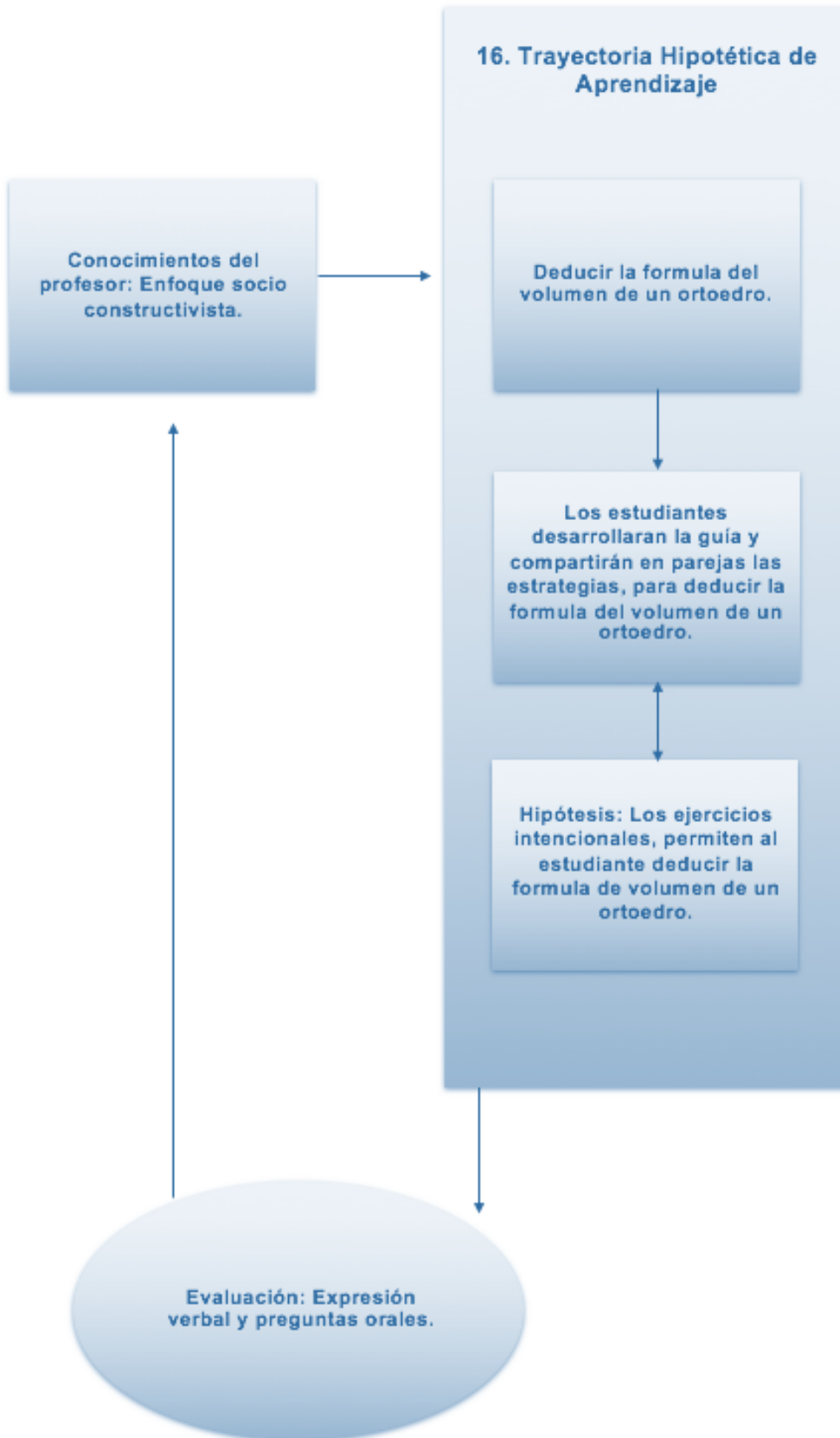


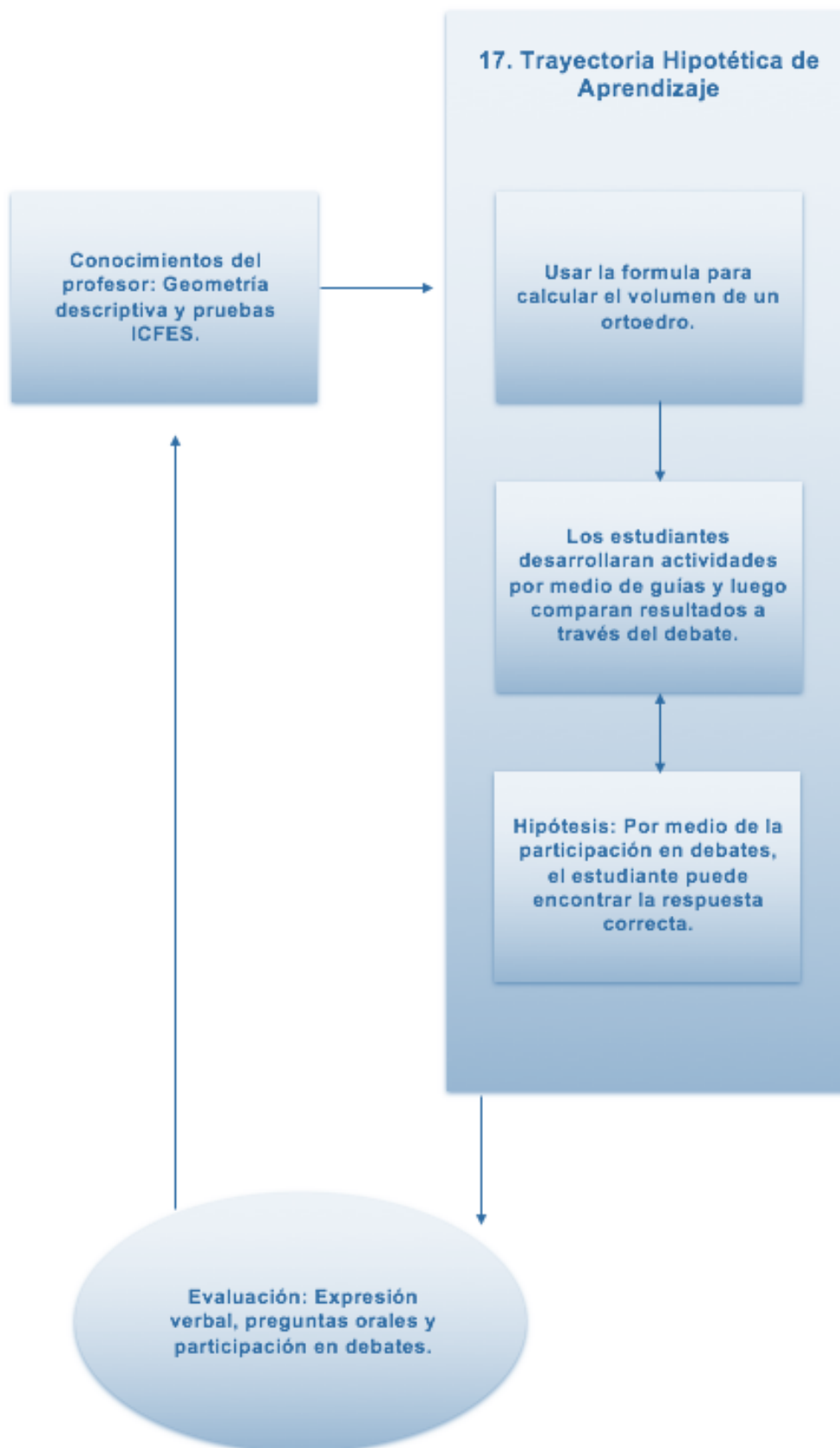


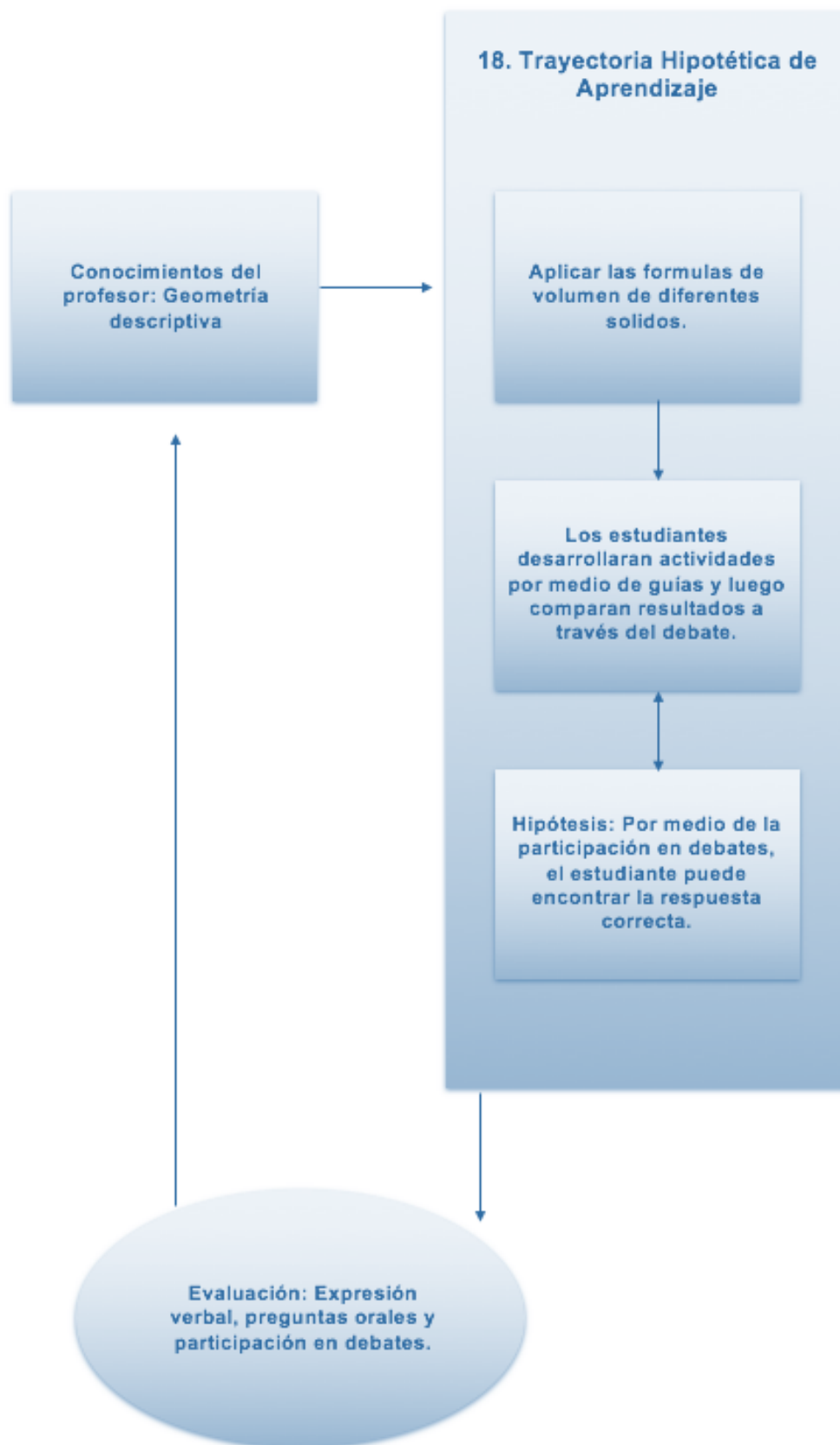


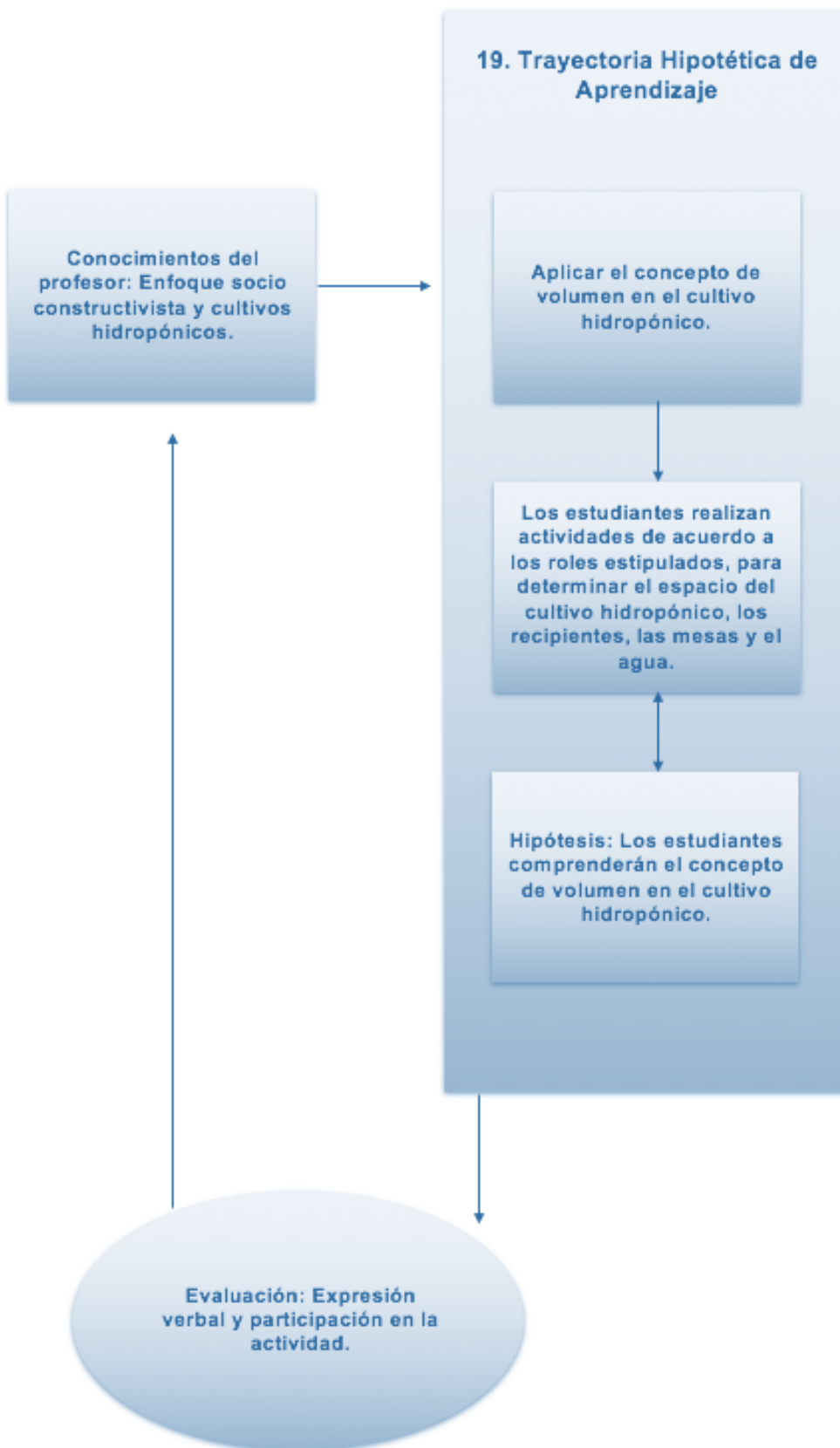


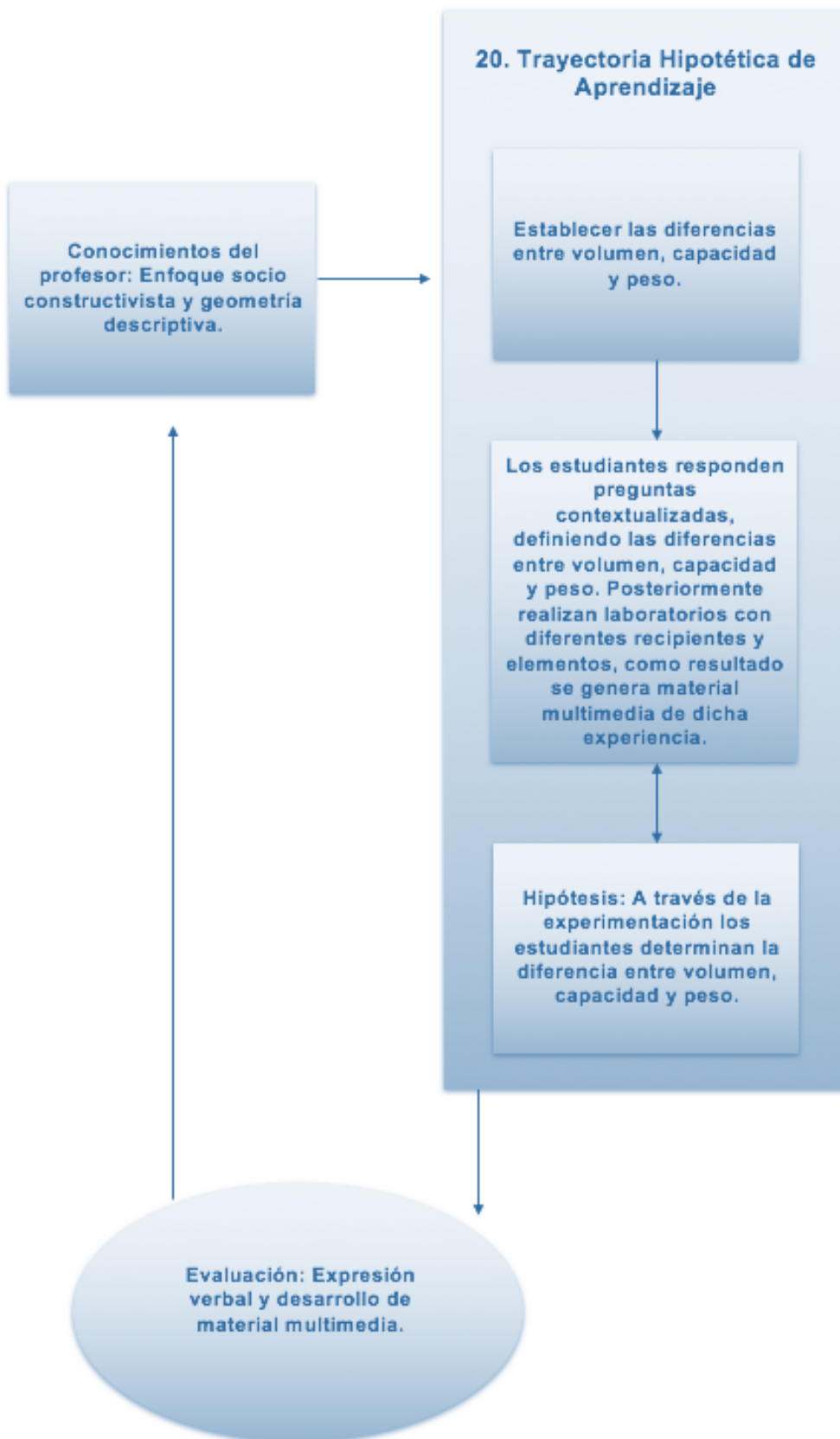












De estos aspectos se destacan:

1. Opiniones positivas on respecto a la elaboración de las THA
2. La rápida implementación de ajuste a las trayectorias hipotética

Diseño de las actividades con estudiantes

La actividad de diseño tuvo por objeto diseñar las presentaciones, cuestionarios, y actividades propuestas para cada tema en el desarrollo del concepto de volumen enmarcado en el diseño y construcción de un cultivo hidropónico y su relación con la matemáticas. De esta actividad se destacan los siguientes aspectos:

1. Sugerencias con respecto al diseño:
 - Valorar en los cuestionarios lo conceptual
 - Valorar en los cuestionarios si los estudiantes identifican dada la forma geométrica el concepto matemático y dado el concepto matemático construye la forma geométrica
 - Tamaño de fuente letra no tan pequeña
 - Considerar el numero de preguntas, el tiempo y su posterior análisis
2. Opiniones positivas con respecto a la selección de las actividades
 - Los profesores del área de matemáticas de la institución educativa consideraron que las actividades estaban bien orientadas al aprendizaje del concepto de volumen, hubo buena aceptación, consideraron el cultivo hidropónico algo interesante y muy practico.
 - Manifestaron interés en el desarrollo de proyectos al ver el cambio de actitud y diferentes roles de estudiantes con dificultades de disciplina

Las actividades desarrolladas fueron

Actividades con los Estudiantes	
No.	Nombre de la Actividad
1	Nociones
2	Partes de una figura plana
3	Partes de un cuerpo geométrico
4	Cuerpos Geométricos Construcción
5	Mapa Conceptual
6	Metro lineal
7	Metro cuadrado
8	Noción de Área de figuras planas
9	Formula área Cuadrado y Rectángulo
10	Formula área del triangulo
11	Aplicación de formulas área triangulo, rectángulo y cuadrado
12	Metro cubico
13	Medición en el cultivo hidropónico
14	Concepto de volumen espacio ocupado
15	Concepto de volumen espacio no ocupado
16	Concepto de volumen en el Cultivo hidropónico
17	Formula para volumen de ortoedros
18	Aplicación formula de volumen ortoedros
19	Aplicación de formulas
20	Diferencia entre volumen capacidad y peso

Actividades de socialización

Las actividades de socialización tuvieron por objeto dar a conocer a los directivos, docentes y estudiantes sobre el proyecto de investigación y sus fases de desarrollo al igual que realizar la parte concerniente a tramites y permisos.

Actividad 2

METODOLOGIA	
Actividad No. 2	Desarrollo de las actividades de socialización a directivas y Tramites pertinente para el sitio de construcción.
Objetivo	Socialización con directivas y permisos pertinentes.
Tiempo	3 Días
A cargo	Docente Investigadora
Recursos	Propuesta de tesis aprobada por la Universidad
Lugar	Colegio
Descripción	Se solicito cita con el Rector de la Institución educativa, se dialogo sobre los alcances y objetivos del proyecto, se indago sobre los permisos pertinentes, se entrego la documentación necesaria cartas y permisos en las dependencias determinada, después de esto tardaron un poco pero con gran satisfacción se llego a la aprobación para el inicio del proyecto de investigación.

Desarrollo de las actividades de socialización Directivos

Esta jornada tuvo por objetivo promover con el rector de la Institución Educativa los objetivos del proyecto y el desarrollo de las actividades para la formación de los jóvenes de grado 9ºB especialmente en el concepto de Volumen para que su desempeño académico sea acorde con los DBA y las iniciativas gubernamentales donde se busca a través de proyectos incentivar el desarrollo de competencias que reflejen mejores resultados en las pruebas estandarizadas, esto se logra estimulando el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos como se propone en los estándares curriculares del Ministerio de Educación Nacional, el conocimiento y al desarrollo de los diferentes dimensiones de pensamiento matemático desde la lúdica, la experimentación que están inmersos en el desarrollo del proyecto de aula un cultivo hidropónico y su relación con la matemáticas.

Trámites pertinentes para el sitio de construcción

Esta jornada tuvo por objetivo diligenciar los permisos pertinentes dentro de la Institución educativa y buscar el sitio adecuado para el desarrollo del proyecto de aula construcción de un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas con el grado 9ºB sede Colon

Actividad 3

METODOLOGIA	
Actividad No. 3	Socialización a estudiantes Cultivo Hidropónico y su relación con las matemáticas proyecto de Aula roles y responsabilidades. Adecuación cultivo hidropónico.

Objetivo	Socialización a estudiantes Cultivo Hidropónico, plan de aula y Adecuación del cultivo hidropónico. Anexo 25
Tiempo	3 Días
A cargo	Docente Investigadora
Recursos	Videos, Video Beam, Sonido, Escobas, recogedores y palas,
Lugar	Colegio
Descripción	<p>Un día se tomaron 2 horas para la socialización de un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas. Un segundo día se tomaron 2 horas para la socialización del desarrollo del proyecto de aula aclarando las grabaciones continuas y la asequibilidad al material de trabajo.</p> <p>Un tercer día los estudiantes hace reconocimiento del sitio y acuden a una jornada de aseo y limpieza.</p>

Socialización a estudiantes Cultivo Hidropónico Proyecto de Aula

Esta jornada tuvo dos partes la primera se relaciona con el cultivo hidropónico y la segunda con el proyecto de aula; la primera tuvo por objetivo dar a conocer a los estudiantes del grado 9º que es un cultivo hidropónico, como funciona, como se construye y que frutos pueden sembrarse, además los beneficios que se reciben en rentabilidad, cuidado del medio ambiente y posible opción laboral para ellos y sus familias. En esta jornada se vieron varios videos, se realizo sección de preguntas y respuestas además de un corto debate sobre los beneficios que tiene este tipo de cultivo y sobre la relación que tiene con las matemáticas; También se conto con el apoyo de la docente del área de Ciencias Naturales en cuanto a los tiempos de duración del

sembrado, el tratamiento de insectos que dañan el sembrado entre otros tipos sobre este tipo de cultivo. La segunda parte tuvo por objetivo dar a conocer a los estudiantes del grado 9º que es un proyecto de aula, que contiene y como se desarrolla, además se indago sobre el quehacer laboral de algunos estudiantes, los roles que les gustaría desempeñar dentro del proyecto, la temática en torno a la que gira y el tema central del proyecto de aula que es Un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas.

Adecuación Cultivo Hidropónico en la Institución Educativa.

Esta jornada tuvo por objetivo elegir en acompañamiento de PRAE y directivas el sitio adecuado para la realización del cultivo, medirlo y determinar si cuenta con el espacio necesario, el acceso cercano al agua y en compañía de estudiantes hacer la respectiva jornada de limpieza

Actividad 4

METODOLOGIA	
Actividad No. 4	Desarrollo de la Actividades de Aula y en espacio libre
Objetivo	Desarrollar con el grado 9º las Actividades de Aula y en espacio libre programadas en el proyecto un Cultivo Hidropónico y su relación con la Matemática.
Tiempo	60 Días
A cargo	Docente Investigadora
Recursos	Cartulina, colores, tijeras, copitos, marcadores, lápices, ganchos, reglas, cuestionarios, talleres, pegante, metros lineales, metros cuadrados, decímetros cúbicos, líquidos,

	embaces, cajas, botellas, pintura, plásticos, palos, lona, puntillas, tablas, martillos, serruchos, tapas de gaseosa, bandejas, semillas, arena, agua.
Lugar	Colegio
Descripción	Todas las actividades propuestas se desarrollaron en bloques semanales distribuidos así 2 horas, 2 horas y 1 hora. Las actividades fueron guardadas día a día en una carpeta llamada Bitácora, donde registraban sus avances y respondían las actividades. También se realizaron filmaciones y registros fotográficos.

Desarrollo de la Actividades de Aula

En cuanto a la metodología que se siguió, al desarrollar las actividades con los estudiantes, es importante destacar que se trabajó dentro de un enfoque socio constructivista, con la teoría el aprendizaje significativo. El proceso se compuso de tres etapas de aprendizaje y la docente investigadora se encargó de distribuir los tiempos de acuerdo a la característica de cada actividad. Las etapas son las siguientes:

Estados previos (Indagación): Mediante un diálogo con los estudiantes, se articula el tema de la actividad anterior con el tema correspondiente a desarrollar. En esta etapa la docente investigadora hace preguntas para que los estudiantes recuerden los conocimientos que han adquirido y que son previos para el tema a tratar, además indaga nociones que tengan sobre el nuevo tema y se entrelaza todos para acercarse al nuevo tema, esto se hace al iniciar cada actividad.

Desarrollo y descubrimiento (Orientación dirigida y libre): En esta parte, el Estudiante desarrolla las actividades en la guías entregadas o desarrolla la practica para confirmar lo que pasa en ella y escribir su reporte, el aprendizaje se realiza individualmente aunque con los compañeros del lado verifican y se preguntan el porque de cada comportamiento, lo que les permite intercambiar argumentos y llegar a acuerdos conceptuales con respecto al tema de estudio.

Puesta en común (explicitación e integración): Esta etapa es de suma importancia en el proceso de aprendizaje. Aquí los estudiantes relatan las experiencias obtenidas en el desarrollo de la etapa 2. Los estudiantes mediante acuerdos orientados por la docente investigadora relatan lo aprendido, lo cual los lleva un nuevo nivel de aprendizaje. La intervención de la docente investigadora en esta fase consiste en proporcionarles a los estudiantes espacios donde ellos mismo validan las expresiones de sus compañeros y los conceptos aprendidos, pasadas las primeras actividades y ya acostumbrados a las grabaciones en video, al final de cada actividad los estudiantes se graban en parejas o solos explicando lo que aprendieron convirtiéndose esta practica en un reto y un incentivo en el proceso de aprendizaje.

El conjunto de jornadas semanales tuvo por objetivo cumplir con el desarrollo de las actividades enmarcadas en el proyecto de Aula un cultivo hidropónico y su relación con la matemática como estrategia tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes del grado 9º de una Institución educativa publica de Armenia, este conjunto de actividades se llevaron a cabo en el aula máxima y el salón de clase pues se conforma por guías, cuestionarios, mesa redonda, trabajo en grupos, videos grabados Anexo 3 y registro fotográfico Anexo 4.

Desarrollo de la Actividades en espacio libre

El conjunto de jornadas tuvo por objetivo cumplir con el desarrollo de las actividades practicas enmarcadas en el proyecto de Aula un cultivo hidropónico y su relación con la matemática como estrategia tendiente a mejorar el aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes del grado 9º de una Institución educativa publica de Armenia, este conjunto de actividades practicas se llevaron a cabo fuera del aula en el pasillo, en el patio, y en el sitio asignado para la construcción del cultivo; En este trabajo se grabo videos y registro fotográfico

Actividad 5

METODOLOGIA	
Actividad No. 5	Opiniones de estudiantes y Docente
Objetivo	Recolectar información sobre la opinión de estudiantes y Docentes respecto a la propuesta.
Tiempo	2 Días
A cargo	Docente Investigadora
Recursos	Entrevista y encuesta
Lugar	Colegio
Descripción	Esta actividad se desarrollo con entrevista y encuesta a estudiantes y docentes de matemáticas de la Institución educativa sobre la opinión que tenían sobre la propuesta.

Opiniones estudiantes y docentes

Estas actividades tuvieron por objeto indagar la opinión que tenían los estudiantes y docentes sobre el material, la estrategia, y si sugerían cambios para la implementación de este proyecto.

Opiniones de estudiantes con respecto a la propuesta: Esta actividad tuvo por objetivo indagar sobre lo que los estudiantes pensaban acerca de los materiales utilizados, la forma de trabajo y las actividades realizadas en el aula de clase y fuera de ella. La encuesta se aplicó a las estudiantes con quienes se realizó la investigación, en esta actividad participaron 10 estudiantes. Anexo 9

Opiniones de docente con respecto a la propuesta: Esta actividad tuvo por objetivo indagar sobre lo que los profesores de matemáticas opinan acerca de las dificultades en el aprendizaje del concepto, los materiales utilizados, la forma de trabajo y las actividades realizadas para el aprendizaje del concepto de volumen usando como estrategia un cultivo hidropónico y su relación con la matemática. Anexo 8

CAPITULO 5 CONCLUSIONES RECOMENDACIONES

Considerando el planteamiento del problema y en lo concerniente a los objetivos de investigación, la revisión bibliográfica, el análisis de datos de cada una de las actividades y las experiencias obtenidas en esta investigación se destacan las siguientes conclusiones:

- En relación con los aspectos por los cuales los estudiantes no aprenden el concepto de volumen se tienen:

Conceptos previos

Dificultad 1. Conceptos básicos de Geometría

Los estudiantes no identificaban el nombre correcto de las figuras planas

Los estudiantes confunden palabras como cuadro y cuadrado

Los estudiantes confundían las diagonales con los lados de una figura plana

Los estudiantes confunde un ángulo con un triángulo rectángulo

Los estudiantes no tienen una representación mental del triángulo rectángulo

Dificultad 2. Construcción de figuras en 3d

Los estudiantes tienen dificultades de motricidad les cuesta doblar y construir sólidos

Dificultad 3. Identificación de sólidos

Los estudiantes no conocen los nombres de los sólidos

Dificultad 4. Elementos de los solidos

Los estudiantes no comprenden el concepto arista

Los estudiantes no identifican largo ancho y alto

Dificultad 5. Abreviaturas en los nombres de los solidos

Los estudiantes cuando se refieren a un solido solo nombran su base

Dificultad 6. Concepto de Medición

Los estudiantes no conocen los múltiplos y submúltiplos del metro

Los estudiantes no reconocen la importancia del escribir la unidad de medida

Los estudiantes no conocen las abreviaturas de las unidades de medida

Los estudiantes les cuesta dificultad hacer uso de la regla

Los estudiantes no mide desde cero

Dificultad 7. Concepto de área

Los estudiantes desconocen el concepto de área

Los estudiantes desconocen la formulas para el calculo de áreas

Los estudiantes piensan que todas las áreas se calculan igual multiplicando los datos.

Dificultad 8. Conceptos intuitivos y errados

Los estudiantes piensan que superficie y espacio son iguales

Dificultad 9. Cambio del lenguaje común al lenguaje matemático

Los estudiantes no expresan en lenguaje matemático cuadrado y cubo los representan con un pequeño cuadrado (dibujo) o lo escriben en palabras del lenguaje común

Dificultad 10. Formulas, jerarquía de operaciones y valor numérico.

Los estudiantes reemplazan valores de forma incorrecta en una formula, formando cifras y no indicando una multiplicación.

Los estudiantes escribe de forma incorrecta las formulas omiten paréntesis y escriben signos de forma inusual, además resuelven omitiendo partes de la formula.

Los estudiantes tienen dificultades en el uso de la calculadora, establecen la diferencia entre el punto y la coma, el numero entero y decimal.

Conceptos claves

En los conceptos claves se recopilan los conceptos que no se enseñan porque se supone que los estudiantes los saben, aquí se mencionan:

Dificultad 11. Ausencia de percepción del espacio 3d

Los estudiantes no comprende, ni definen que es el espacio, no entienden el significado de 2 dimensiones y 3 dimensiones.

Dificultad 12. Concepto equivocado de superficie y espacio.

Los estudiantes confunden los conceptos superficie y espacio, expresan que toda superficie ocupa un espacio porque tiene largo y ancho, siendo esto una idea errada. Expresan que el espacio que ocupa es la superficie que lo encierra.

Claridad de conceptos

En los estudiantes se presenta confusión de conceptos, hay dificultades en determinar semejanzas y diferencias entre volumen, capacidad y peso.

Dificultad 13. Concepto equivocado de volumen y capacidad.

Los estudiantes piensan que volumen tienen que ver solo con líquidos, por lo que volumen y capacidad son los mismo.

Dificultad 14. Concepto equivocado de volumen y peso.

Los estudiantes piensan que todo lo que tiene peso tiene volumen entonces peso y volumen son iguales.

- Es importante destacar en la realización de este proyecto el enriquecimiento de la experiencia para los estudiante y para la investigadora, la motivación y dudas que surgen en el desarrollo de proyectos y la posibilidad de llegar al conocimiento de forma diferente a la tradicional, además explorar el potencial que hay en los estudiantes, esto sugiere que se debe fomentar el desarrollo de proyectos en la Instituciones Educativas de carácter Oficial desde el área de Matemáticas acorde a los lineamientos del MEN y a los decretos recientes como el 490 de Marzo 2016.
- En cuanto al desarrollo del pensamiento matemático y el empleo de una metodología basada en la realización del proyecto de aula un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas, el concepto de volumen, se obtuvieron

resultados positivos, el proyecto fue bien recibido por estudiantes, directivos y docentes del área de matemáticas. Por esta razón se hace necesario generar en las Instituciones espacios donde los docentes se apoyen y se apropien de nuevas metodologías y conformen grupos que promueven el desarrollo de proyectos de investigación en cuanto a como aprenden matemáticas los jóvenes de hoy.

- El diseño y construcción de un cultivo hidropónico es útil para ver la aplicación de conceptos matemáticos en situaciones reales, ir de la mano con el estudiante, el apoyo de los materiales concretos, el planear con las THA y cambiar de estrategia rápidamente al no ver cambios positivos mejoro las falencias que presentaban los estudiantes, también ayudo al desarrollo de habilidades en cuanto a la competencia comunicación representación y modelación que se evidencian en la expresión verbal de las grabaciones en video, competencia importante en el componente geométrico métrico evaluado en la pruebas estandarizadas.
- En cuanto a como aprenden los estudiantes de la Institución Educativa Cristóbal Colon en el desarrollo de las actividades en términos descriptivos se puede afirmar que aprenden con una planeación flexible, material concreto, experimentos, practicas, motivación y grabaciones, esto en cuanto al concepto de volumen para otro tipo de conceptos seria necesario desarrollar una investigación que arroje resultados que den directrices sobre de que otras formas aprenden.

- La competencia comunicación, representación y modelación es sin duda alguna una competencia que debe fortalecerse en los estudiantes de básica secundaria desde los diferentes pensamientos en el caso del métrico espacial y en particular del objeto matemático volumen los estudiantes deben comunicar que significado tiene, cual es su representación correcta y como modelar el mundo real. En el desarrollo del proyecto de aula y a través de las grabaciones los estudiantes encontraron significado, comunicación, representación y modelación a este concepto.
- En la IE Cristóbal Colon Armenia, se hace necesario incorporar al currículo la enseñanza de la Geometría en cada periodo del año en todos los grados de básica secundaria. Para potenciar el aprendizaje de conceptos como volumen que deben conocer los estudiantes al momento de presentar pruebas estandarizadas. Frente a este aspecto en momentos de socialización con docentes del área y en comunidad de Matemáticas del 2017 se asumió el reto de orientar en todo bachiller los temas de Geometría, propuestos en los DBA.
- En cuanto a los aportes de los docentes se concluye y menciona que los docentes que orientan matemática en la institución educativa Cristóbal Colon, son un normalista, dos licenciados en matemáticas, un ingeniero electrónico y un físico, ninguno con título de maestría, el 100% opinan que la estrategia es buena, sus aportes fueron opiniones positivas sin ninguna observación de fondo o propuesta para añadir al proyecto de investigación, sobre la sugerencia de hacer

acompañamiento a primaria, se realizó charla con las docentes de básica primaria donde se socializaron los resultados obtenidos, se escucharon las opiniones al respecto y se ofrecieron propuestas sobre cómo posiblemente mejorar y superar las dificultades para abordar el concepto de volumen desde grados iniciales y sobre cómo posiblemente mejorar el aprendizaje de conceptos geométricos.

Las propuestas que se plantearon a las docentes de primaria para el aprendizaje del concepto de volumen son:

1. Siempre un manejo claro de términos; desde grados iniciales hablar de las figuras con nombre matemático preciso y sus elementos.
2. Fortalecer el paso del lenguaje común al lenguaje matemático haciendo dictados matemáticos
3. Tomar tiempo de clase para escuchar a los estudiantes y realizar actividades donde el propósito central sea el diálogo matemático.
4. Implementar actividades experimentales con los niños donde vean la utilidad de los conceptos matemáticos
5. Implementar actividades con material concreto en las actividades experimentales
6. Hacer uso del contraejemplo para que los niños deduzcan y descubran la diferencia entre conceptos matemáticos.
7. Implementar las THA para programar una clase, reflexionar en el acto educativo

8. Implementar cambios continuos con diversos recursos para encontrar la forma en la que el estudiante aprende.

- Con respecto a la opinión de los docentes sobre lo adecuado de los materiales, de apoyo, el lenguaje, el contenido y el proyecto de aula un cultivo hidropónico y su relación con la matemáticas desarrollado en la presente investigación, el 100% opina que es bueno, pero que para implementar estos proyectos es difícil por el costo financiero que debe ser asumido por el profesor, la dificultad en disponibilidad de tiempos y permisos. También es importante destacar la forma como los docentes argumentan la necesidad de incorporar proyectos en el aprendizaje de las matemáticas y que se desarrolle investigación por parte de los docentes de aula que son quienes conocen de primera mano las dificultades que se presentan en la enseñanza de los conceptos matemáticos.
- Considerando el planteamiento del problema las conclusiones que se exponen como resultados de análisis apuntan algunos aspectos que pueden ser mejorados en la enseñanza del conceptos matemáticos y sugiere una evaluación curricular permanente, capacitación del profesorado, mejoramiento de practicas pedagógicas, propuesta y desarrollo de proyectos. Frente a esta conclusión se destaca:
 1. En el año 2017 fue evaluada y reestructurada la malla curricular de matemáticas en la IE Cristóbal Colon Armenia.
 2. Se participo en la comunidad de matemáticas de la Institución educativa

3. Se incentivo en charlas a docente la elaboración y ejecución de proyectos de investigación.

- Con respecto al planteamiento del problema se pudo confirmar por diálogos en video y por test inicial que los estudiantes del grado noveno no tienen los conocimientos necesarios para aprender el concepto de volumen. Al fortalecer el aprendizaje de estos concepto conceptos se presume favoreció el desarrollo de la prueba saber 2016, donde los resultados de grado 9º en matemáticas mejoraron como no lo había hecho en años anteriores.

En cuanto a las recomendaciones estas son:

- Las instituciones Educativas en su carga metodológica no deben estar exentas del desarrollo de proyectos con actividades practicas y experimentales, por el contrario estas deben convertirse en un elemento dinamizador.
- Es necesario generar en las Instituciones educativas espacios donde los docentes se apoyen, se apropien de nuevas metodologías y conformen grupos que promueven el desarrollo de proyectos de investigación en cuanto a como aprenden matemáticas los jóvenes de hoy.

- En el aprendizaje del concepto de volumen es necesario fortalecer el concepto y luego su calculo, Es importante que el estudiante comprenda el concepto y no lo asocie solamente a su valor numérico.
- En el aprendizaje del concepto de volumen es indispensable mencionar la palabra central de referencia, es decir que espacio ocupa y no que capacidad, ya que esta puede ser una causa de la confusión al comprender la diferencia entre volumen y capacidad.
- Es necesario considerar en los DBA el uso de la palabra capacidad en los enunciados de ejercicios cuyas respuestas corresponden a volumen.
- Es necesario incorporar al currículo la enseñanza de la Geometría en cada periodo del año en todos los grados de básica secundaria.

De acuerdo a los hechos mencionados la docente investigadora piensa que sin mayores pretensiones se lograron los objetivos para la presente investigación y se dio respuesta favorable a la pregunta de investigación ¿Es posible potenciar el aprendizaje del concepto de volumen en los estudiantes del grado 9º de básica secundaria?, es decir de acuerdo análisis de datos de cada una de las actividades y las experiencias obtenidas en esta investigación se puede asumir que si fue posible potenciar el aprendizaje del concepto de volumen con el proyecto de investigación un cultivo hidropónico y su relación con las matemáticas

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar Morales, J. (2011). La Evaluación Educativa. Oaxaca: Asociación Oaxaqueña de Psicología, A. C. .

Attard, A., Di Ioio, E., & Geven, K. (2010). Suden Centered Learning. An insight into theory and practice. Bucarest: Lifelong learning programme - European Community.

Ausubel, D. (1963). Psychology of meaningful verbal learning: an introduction to school learning. New York: Grune & Straton.

Ausubel, D. (1986). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Ciudad de México: Trillas.

Barriga Arceo, F., & Hernandez Rojas, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. Ciudad de México: McGraw Hill Interamericana.

Blanco Rivero, L., & Silva Sanchez, E. (2009). Herramientas pedagógicas para el profesor de Ingeniería. Bogotá: Lemoine Editores.

Boyer, C. (2010). Historia de la Matemática. Madrid (España): Alianza Editorial.

Briones, G. (2002). Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales. Bogotá: ARFO Editores.

Brown Wright, G. (2011). Student centered learning in Higher Education. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 23(3), 92-97.

Bruner, J. S. (1963). *El proceso de la Educación*. Ciudad de México: Editorial Hispanoamericana.

Bruner, J. S. (1969). *Hacia un teoría de la instrucción*. Ciudad de México: Hispanoamericana.

Bruner, J. S. (2009). *Actos de significado: Mas allá de la revolución cognitiva*. Madrid: Alianza Editorial.

Chavarría Olarte, M. (2004). *Educación en un mundo globalizado: retos y tendencias del proceso educativo*. México: Trillas.

Constituyente, A. (1991). *Constitución Política de Colombia*. Bogotá: Presidencia de la República.

DE MATEMATICAS, M. L. C. A. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares*. Bogotá.

De Zubiría Samper, J. (2006). *Los modelos pedagógicos: hacia una pedagogía dialogante*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Díaz, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*, 2.

Feuerstein, R. (1997). Teoría de la modificabilidad cognitiva estructural. FEUERSTEIN, R. et al. Es modificable la inteligencia, 11-23.

Fernández Bravo, J. A. (2008). Desarrollo del pensamiento lógico matemático. JA Bravo, Desarrollo del pensamiento lógico y matemático.

García, G. e. (2010). Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Gómez, P. (2010). Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas.

Gómez Martin, M., Gómez Martin, P., & González Calero, P. (2007). El estilo de aprendizaje y la relación con el desempeño académico de los estudiantes. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial(33), 25-36.

González , H. (2002). De la clase magistral al aprendizaje activo. Cali: Centro de Recursos para la Enseñanza y el Aprendizaje.

González-Lopez, M. J., & Flores, P. (2001). Conocimiento profesional del profesor de secundaria sobre las matemáticas: el caso del volumen. *Educación Matemática*, 13(1), 81-93.

Ignacio, N. G., Nieto, L. J. B., & Barona, E. G. (2006). El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos. Revista de educación, 340, 551-569.

Jaime, E., & Vázquez, A. R. (2012). Propuesta didáctica para el aprendizaje y aplicación del concepto de volumen a través de la construcción de sólidos en el plano y en 3D.

Jarero Kumul, M., Aparicio Landa, E., & Sosa Miguel, L. (2013). Pruebas escritas como estrategia de evaluación. *Revisa Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(2), 213 - 243.

Kline, M. (2012). El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Madrid: Alianza Editorial.

Koulouri, T., Lauria, S., & Macredie, R. (Febrero de 2015). Teaching introductory programming: a quantitative evaluación of diferentes approaches. *ACM Transactions on Computing Education*, 14(4).

Lopera, R. (2014). Comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel en el marco de enseñanza para la comprensión. *Medellín. Recuperado el, 16*.

MEN, C. (2003). Estándares Básicos de Matemáticas. Santafé de Bogotá.

Medina, J. (2012). Los 12 principios del cerebro. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Norma.

Ministerio de Educación Nacional. (2010). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Montes de Oca, N. (1998). La habilidad de expresión oral en el lenguaje matemático en la asignatura Geometría I (Doctoral dissertation, Tesis de maestría inédita. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP)).

Orozco-More, C., & Labrador, M. E. (2006). La tecnología digital en educación: implicaciones en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. *Theoria*, 15(2).

Piaget, J. (1986). *Inteligencia y afectividad*. Buenos Aires: Aique.

Prince, M. (2004). Does Active Learning work? *Journal Engineering Education*, 93(3).

Rey Pastor, J., & Babini, J. (2005). *Historia de la Matemática*. Barcelona (España): Editorial Gedisa.

Rodríguez Palmero, M. L. (2004). *Teoría del aprendizaje significativo*.

Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *pna*, 1(2), 47-66.

Sanmiguel Suárez, M., & Salinas, M. J. (2011). Dificultades en el razonamiento del alumnado de 2º de ESO relacionadas con el concepto de volumen y su medida.

Sáez Lopez, J. (2010). Actitudes de los docentes respecto a las TIC, a partir del desarrollo de una práctica reflexiva. *Escuela Abierta*(13), 37-54.

Saiz, M. (2002). Primary teachers' conceptions about the concept of volume: The case of volume measurable objects. En N. A. Pateman, B. J. Dougherty, and J. T. Zilliox (Eds), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 95 –102). Honolulu, Hawái: PME.

Sáiz, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto de volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 8(18), 447- 478.

Sáiz, M. (2005). Transferencia de resultados de investigación al aula: el caso del volumen. Documento de trabajo de la autora. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/52362622/Una-discusion-sobre-el-concepto-matematico-devolumen-con-fines-didactico>.

Trejos Buriticá, O. (2013). *Significado y Competencias*. Pereira: Papiro

Vargas, M. (2016). *Ecología del concepto de volumen en una institución escolar una aproximación desde la tad (Doctoral dissertation)*.

Villa Ochoa, J. A., & Ruiz Vahos, H. M. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad católica del norte*, (27).